

**Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS
A.M. Prokhorov Institute of General Physics of RAS
University of Montenegro
Forum of University Professors and Researches of Montenegro
Scientific Journal "Mathematica Montisnigri"**

XVII International Seminar

**MATHEMATICAL MODELS & MODELING IN
LASER PLASMA PROCESSES & ADVANCED SCIENCE
TECHNOLOGIES**

PROGRAM and ABSTRACTS

LPpM3.ru

28 May — 1 June, 2018

Budva, Montenegro

***Computer processing of the press Olga Koroleva, Moscow, Russia.
Press: "AP PRINT", Podgorica, Montenegro***

SCIENTIFIC COMMITTEE



Chairman - Prof. Dr. sc. Nat. Vladimir I. Mazhukin (Russia)

Председатель - проф., д.ф.-м.н. Владимир Иванович Мажукин (Россия)



Vice-Chairman - Corresponding Member of RAS, Prof. Dr. sc. Nat. Serge V. Garnov (Russia)

Вице-председатель - Член-корреспондент РАН, проф., д.ф.-м.н. Сергей Владимирович Гарнов (Россия)



Vice-Chairman - Prof. Dr. sc. Nat. Zarko Pavičević (Montenegro)

Вице-председатель - проф., д.ф.-м.н. Жарко Павичевич (Черногория)



Academician of RAS, Prof. Dr. sc. Nat. Vitaly I. Konov (Russia)

Академик РАН, проф., д.ф.-м.н. Виталий Иванович Конов



Prof. Dr. sc. Nat. Boris N. Chichkov (Germany)

Проф., д.ф.-м.н. Борис Николаевич Чичков (Германия)



Prof. Dr. sc. Nat. Hranislav Milosevic (Serbia)

Проф., д.ф.-м.н. Хранислав Милошевич (Сербия)

Organizing Committee
Организационный комитет

Chairman - Prof. Dr. sc. Nat. Zarko Pavičević
(Montenegro)

Председатель - проф., д.ф.-м.н.
Жарко Павичевич (Черногория)

Koroleva O.N. (Russia) – Keldysh Institute of
Applied Mathematics of RAS

Королева О.Н. (Россия) – ИПМ им. М.В.
Келдыша РАН

Zdravko Vukcevic (Montenegro)

Здравко Вукчевич (Черногория)

Mazhukin A.V. (Russia) – Keldysh Institute
of Applied Mathematics of RAS

Мажукин А.В. (Россия) – ИПМ им. М.В.
Келдыша РАН

Dejana Popovic (Montenegro)

Дзяна Попович (Черногория)

Shapranov A.V. (Russia) – Keldysh Institute
of Applied Mathematics of RAS

Шапранов А.В. (Россия) – ИПМ им. М.В.
Келдыша РАН

Tamara Pavicevic (Montenegro)

Тамара Павичевич (Черногория)

Nikola Konatar (Montenegro)

Никола Канатар (Черногория)

CONTENTS

PROGRAM.....	9
ABSTRACTS.....	23
INVITE PRESENTATIONS	
ПРИГЛАШЕННЫЕ ДОКЛАДЫ	
A.A. Samokhin, V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.V. Shapranov, A.E. Zubko. Density fluctuations in nanosecond laser ablation of liquid Al film.....	24
A. Semerok, C. Jabbour, J. Simonnet, S.V. Fomichev, J.-L. Lacour, M. Tabarant, F. Chartier. Near-field laser heating of solid samples for nano ablation: modeling and experimental study .	26
G.K. Borovin, A.V. Grushevskii, M.V. Zakhvatkin, G.S. Zaslavsky, V.A. Stepanyantz, A.G. Tuchin, D.A. Tuchin, V.S. Yaroshevsky. Space research in the Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS: past, present, future	27
V.P. Varin, Yu.A. Kriksin, P.A. Kuchugov, M.E. Ladonkina, O.A. Necliudova, V.F. Tishkin. Construction of exact solutions of some hyperbolic type equations containing discontinuities spread over an uniform background	32
V.I. Mazhukin, M.M.Demin, A.V.Shapranov, A.V. Mazhukin. Dynamics of expansion of a laser-plasma torch during nanosecond ablation of an Al target in an ambient gas	34
M.V. Mikhaylyuk, P.Yu. Timokhin, D.V. Omelchenko. Visualizer of processes of unstable oil displacement from porous media	37
A.A. Samokhin. Five years of academic science transformations	38
ORAL PRESENTATIONS	
УСТНЫЕ ДОКЛАДЫ	
A.L. Khomkin, A.S. Shumikhin. Equation of state and electrical conductivity of supercritical fluid of refractory metal vapors	39
V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.A. Aleksashkina. Atomistic modeling of thermophysical properties of copper in a wide temperature range.....	40
I.A. Korotkin, S.A. Karabasov, D.A. Nerukh. Hybrid molecular dynamics – between atomistic and hydrodynamic scales	42
O.N. Koroleva, A.V. Mazhukin. Modeling of the silicon thermophysical properties in the region of melting	43
V.O. Podryga, S.V. Polyakov. Direct molecular-dynamic modeling of nickel nanocluster motion in nitrogen flow	45
B.P. Rybakin. Mathematical modeling of the supersonic collision of molecular clouds	47
R.V. Uskov, M.V. Alekseev, M.E. Zhukovskiy. The optimization of the computational load of CPU and GPU in the supercomputing the photon-electron cascade in matter	48
B.I. Denker, B.I. Galagan, S.E. Sverchkov, V.V. Velmiskin. Rare-earth ions doped calcium aluminate glasses	49
L.I. Ivleva, M.E. Doroshenko, I.S. Voronina, E.E. Dunaeva. Synthesis, spectroscopic and laser properties of $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}/\text{Ho}^{3+}$ single crystals	50
G.K. Borovin, I.E. Molotov, V.A. Stepanyants, A.G. Tuchin, G.S. Zaslavsky, M.V.	52

Zakhvatkin. Contribution of angular optical observations to the navigation of Spectr-R spacecraft.....	
M.A. Torgashev, E.V. Strashnov. Dynamic simulation and visualization of ropes in training complexes.....	54
S. Rykunov, M. Ustinin. Reconstruction of the functional structure of complex systems by the massive solution of the inverse problems	56
G.K. Borovin, V.V. Lapshin. Motion control of a space robot	57
O.D. Toropina, M.M. Romanova, R.V.E. Lovelace. Modelling the bow shock Pulsar Wind Nebulae propagating through a non-uniform ISM.....	59
S.G. Moiseenko, N.V. Ardelyan, G.S.Bisnovatyi-Kogan. Conservative grid functions remapping for completely conservative Lagrangian operator-difference scheme for astrophysical MHD problems.....	60
I. Molotov, V. Voropaev, G. Borovin, A. Yudin, D. Ivanov, M. Tereshina, E. Pavlova. Prototype of new ISON telescope to improve the completeness and accuracy of the catalog of space objects.....	61
Ž. Pavićević. New proof of the theorems picard for analytical and meromorphic function of the complex plane	62
Sanja Jancic Rasovic, Irina Cristea. On a class of d-division hypernear-rings	64
Jacimovic Vladimir. Collective motion of interacting particles on compact Lie groups.....	65
Vujadinović Djordjije. Two-sided norm estimate for the Bergman projection on the harmonic Besov space	66
I.V. Popov. Construction of a different scheme of high order of approximation with artificial viscosity for solving the convection-diffusion equation	67
Yu.A. Poveschenko, V.A. Gasilov, M.E. Ladonkina, V.O. Podryga. Difference schemes of support operator method for equations of elasticity theory in cylindrical geometry.....	69
V.T. Zhukov, O.B. Feodoritova, N.D. Novikova. Numerical simulation of combustion process in test scramjet engines	71
O.B. Feodoritova, V.T. Zhukov, M.M. Krasnov. Self-adaptive Chebyshev iterative method....	72
M.E. Ladonkina, O.A. Neklyudova, V.V. Ostapenko, V.F. Tishkin. Research of the accuracy of discontinuous Galerkin method for problems with shock waves	73
M.N. Kravchenko, B.P. Rybakin, N.N. Smirnov. Mathematical modeling of formation opening-out and stimulation of inflow with the use of explosives	75
Dakić Jelena, Kankaraš Milica. Swarms on the 3-sphere.....	76
Kankaraš Milica, Dakić Jelena. Distributed consensus in multi-agent systems on lie groups S^3 and $SO(3)$	77
V.A. Artamonov, B. Zekovich. Pierce decomposition of semisimple n -ary bialgebras.....	78
Dušan Jokanović, Marina Milićević. A note on preserving quasi-arnendariz property under various ring extensions.....	79
Romeo Meštrović, Žarko Pavićević. On Privalov spaces on the unit disk as the Hardy-Orlicz classes.....	80
Marijan Marković. Estimates of harmonic functions.....	81
V.A. Egorova, E.B. Savenkov, M.E. Zhukovskiy. On the modeling of secondary radiation-	82

induced effects in the objects of the complex geometric structure.....	
A.S. Rodin, M.P. Galanin, V.V. Lukin, P.V. Gliznutcina. Investigation of Shvartz method convergence for problems solution of elastic bodies contact interaction.....	83
F.N. Voronin, V.A. Egorova, E.B. Savenkov, M.V. Alekseev. Simulation of radiation-induced thermodynamic effects in porous materials.....	84
L.V. Klochkova, Yu.N. Orlov, V.F. Tishkin. Mathematical simulation of nonstationary stochastic processes using the kinetic equations Fokker-Planck.....	85
P.V. Stognii, A.V. Favorskaya. The study of seismic resistance by full-wave numerical modeling.....	86
Goran Popivoda, Žana Kovijanić Vukićević, Vladimir Božović. On some molecular descriptors.....	88
P.V. Sasorov, N.A. Bobrova, O.G. Olkhovskaya, G.A. Bagdasarov, A.S. Boldarev, V.A. Gasilov. Simulations of plasma channel formation by Knife-like nanosecond laser beam.....	89
Jela Šušić, Andrej Novak. Black matter model equation and its solution	91
V.I. Mazhukin, E.N. Bykovskaya. Comparison of the efficiency of 2- and 3-layer difference schemes for nonstationary singularly perturbed differential equations	92
S.V. Podolyako, I.A. Tarakanov. Mathematical model of the interaction between protons and matter.....	96
Yu.A. Volkov, K.K. Inozemtceva, Sh.A. Kazymov, M.B. Markov, I.A. Tarakanov. Modeling of radiation-induced termomechanical effects.....	97
A.V. Maltsev, I.N. Mironenko. Using high-performance calculations on GPU for collision detection of particle systems	98

PROGRAM

Saturday, May 26	
11.00-20.00	Registration, Check-in at Hotel
Sunday, May 27	
10.00-17.00	Registration, Check-in at Hotel
19.00	WELCOME PARTY

Monday, May 28	
9^{15} - 10^{00}	<p>Opening ceremony</p> <p>Prof. Dr. sc. Nat. V.I. Mazhukin, Chairman</p> <p>XVII Seminar. The goals and objectives of the Seminar</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p> <p><i>Photo for memory</i></p>
10^{00} - 10^{30}	<p>Invite Presentation</p> <p>A.A. Samokhin¹, V.I. Mazhukin^{2,3}, M.M. Demin², A.V. Shapranov^{2,3}, A.E. Zubko¹.</p> <p>Density fluctuations in nanosecond laser ablation of liquid al film</p> <p>¹<i>A.M. Prokhorov General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia</i> ²<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i> ³<i>National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia</i></p>
10^{30} - 11^{00}	<p>Invite Presentation</p> <p>A. Semerok¹, C. Jabbour¹, J. Simonnet¹, S.V. Fomichev^{2,3}, J.-L. Lacour¹, M. Tabarant¹, F. Chartier⁴</p> <p>Near-field laser heating of solid samples for nano ablation: modeling and experimental study</p> <p>¹<i>DEN-Service d'Etudes Analytiques et de Réactivité des Surfaces, CEA, Université Paris-Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France</i> ²<i>National Research Center "Kurchatov Institute", 123182 Moscow, Russia</i> ³<i>Moscow Institute of Physics and Technology, 141700 Dolgoprudny, Moscow region, Russia</i> ⁴<i>DEN-Département de Physico-Chimie, CEA, Université Paris-Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France</i></p>
11^{00} - 11^{30}	<i>Coffee break</i>
11^{30} - 12^{00}	<p>Invite Presentation</p> <p>G.K. Borovin, A.V. Grushevskii, M.V. Zakhvatkin, G.S. Zaslavsky, V.A. Stepanyantz, A.G. Tuchin, D.A. Tuchin, V.S. Yaroshevsky.</p> <p>Space research in the Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS: past, present, future</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>

12 ⁰⁰ -12 ³⁰	<p>Invite Presentation</p> <p>V.P. Varin, Yu.A. Kriksin, P.A. Kuchugov, M.E. Ladonkina, O.A. Necliudova, V.F. Tishkin.</p> <p>Construction of exact solutions of some hyperbolic type equations containing discontinuities spread over an uniform background</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Russia, Moscow</i></p>
12 ³⁰ -13 ⁰⁰	<p>Invite Presentation</p> <p>V.I. Mazhukin^{1,2}, M.M. Demin¹, A.V. Shapranov^{1,2}, A.V. Mazhukin^{1,2}</p> <p>Dynamics of expansion of a laser-plasma torch during nanosecond ablation of an Al target in an ambient gas</p> <p>¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Russia, Moscow</i> ²<i>National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia</i></p>
13 ⁰⁰ -14 ⁰⁰	<i>Lunch time</i>
14 ⁰⁰ -14 ¹⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>Khomkin A.L., Shumikhin A.S.</p> <p>Equation of state and electrical conductivity of supercritical fluid of refractory metal vapors</p> <p><i>Joint Institute for high temperatures of RAS, Moscow, Russia</i></p>
14 ¹⁵ -14 ³⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>V.I. Mazhukin^{1,2}, M.M. Demin¹, A.A. Aleksashkina¹</p> <p>Atomistic modeling of thermophysical properties of copper in a wide temperature range</p> <p>¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Russia, Moscow</i> ²<i>National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia</i></p>
14 ³⁰ -14 ⁴⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>I.A. Korotkin¹, S.A. Karabasov¹, D.A. Nerukh²</p> <p>Hybrid molecular dynamics – between atomistic and hydrodynamic scales</p> <p>¹<i>Queen Mary University of London, School of Engineering and Materials Science, Mile End, London, E1 4NS, UK</i> ²<i>Aston University, Systems Analytics Research Institute, Birmingham, B4 7ET, UK</i></p>
14 ⁴⁵ -15 ⁰⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>O.N. Koroleva, A.V. Mazhukin</p> <p>Modeling of the silicon thermophysical properties in the region of melting</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i> <i>National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia</i></p>

15 ⁰⁰ -15 ³⁰	Coffee break
15 ³⁰ -15 ⁴⁵	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">V.O. Podryga^{1,2,3}, S.V. Polyakov^{1,4}</p> <p style="text-align: center;">Direct molecular-dynamic modeling of nickel nanocluster motion in nitrogen flow</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, 125047, Russia, Moscow, Miusskaya sq., 4</i> ²<i>NRC "Kurchatov Institute", 123182, Russia, Moscow, Akademika Kurchatova sq., 1</i> ³<i>MADI, 125319, Russia, Moscow, Leningradsky pr., 64</i> ⁴<i>NRNU MEPhI, 115409, Russia, Moscow, Kashirskoe shosse, 31</i></p>
15 ⁴⁵ -16 ⁰⁰	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">B.P. Rybakin</p> <p style="text-align: center;">Mathematical modeling of the supersonic collision of molecular clouds</p> <p style="text-align: center;"><i>Scientific Research Institute for System Analysis of RAS, Moscow, Russia</i> <i>Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia</i></p>
16 ⁰⁰ -16 ¹⁵	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">R.V. Uskov, M.V. Alekseev, M.E. Zhukovskiy</p> <p style="text-align: center;">The optimization of the computational load of CPU and GPU in the supercomputing the photon-electron cascade in matter</p> <p style="text-align: center;"><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>
16 ¹⁵ -16 ⁴⁵	Coffee break
16 ⁴⁵ -17 ⁰⁰	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">B.I. Denker¹, B.I. Galagan¹, S.E. Sverchkov¹, V.V. Velmiskin²</p> <p style="text-align: center;">Rare-earth ions doped calcium aluminate glasses</p> <p style="text-align: center;">¹<i>A.M.Prokhorov General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia</i> ²<i>Fiber Optics Research Center of RAS, Moscow, Russia</i></p>
17 ⁰⁰ -17 ¹⁵	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">L.I. Ivleva, M.E. Doroshenko, I.S. Voronina, E.E. Dunaeva</p> <p style="text-align: center;">Synthesis, spectroscopic and laser properties of Ca₃(VO₄)₂:Tm³⁺/Ho³⁺ single crystals</p> <p style="text-align: center;"><i>Prokhorov General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia</i></p>
17 ¹⁵ -18 ⁰⁰	POSTER SECTION

Tuesday, May 29

RUSSIAN SPACE

$10^{00}-10^{30}$	<p>Invite Presentation</p> <p>M.V. Mikhaylyuk, P.Yu. Timokhin, D.V. Omelchenko</p> <p>Visualizer of processes of unstable oil displacement from porous media</p> <p><i>Scientific Research Institute for System Analysis of RAS, Moscow, Russia</i></p>
$10^{30}-10^{45}$	<p>Oral Presentation</p> <p>M.N. Kravchenko¹, B.P. Rybakin², N.N. Smirnov²</p> <p>Mathematical modeling of formation opening-out and stimulation of inflow with the use of explosives</p> <p>¹<i>Gubkin Russian State University of Oil and Gas, National Research University Moscow, Russia</i></p> <p>²<i>Lomonosov Moscow State University</i></p>
$10^{45}-11^{00}$	<p>Oral Presentation</p> <p>G.K. Borovin, I.E. Molotov, V.A. Stepanyants, A.G. Tuchin, G.S. Zaslavsky, M.V. Zakhvatkin</p> <p>Contribution of angular optical observations to the navigation of Spectr-R spacecraft</p> <p><i>Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS Moscow, Russia</i></p>
$11^{00}-11^{15}$	<p>Oral Presentation</p> <p>G.K. Borovin¹, V.V. Lapshin²</p> <p>Motion control of a space robot</p> <p>¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p> <p>²<i>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia</i></p>
$11^{15}-11^{45}$	Coffee break
$11^{45}-12^{00}$	<p>Oral Presentation</p> <p>S. Rykunov, M. Ustinin</p> <p>Reconstruction of the functional structure of complex systems by the massive solution of the inverse problems</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Pushchino, Russia, Moscow Region</i></p>

12 ⁰⁰ -12 ¹⁵	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">O.D. Toropina, M.M. Romanova², R.V.E. Lovelace²</p> <p style="text-align: center;">Modelling the bow shock Pulsar Wind Nebulae propagating through a non-uniform ISM</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Space Research Institute, Profsoyuznaya 84/32, Moscow 117997, Russia</i> ²<i>Department of Astronomy, Cornell University, Ithaca, USA</i></p>
12 ¹⁵ -12 ³⁰	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">S.G. Moiseenko¹, N.V. Ardelyan², G.S.Bisnovaty-Kogan^{1,3}</p> <p style="text-align: center;">Conservative grid functions remapping for completely conservative Lagrangian operator-difference scheme for astrophysical MHD problems</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Space Research Institute of RAS, Moscow, Russia</i> ²<i>Department of Computational Mathematics and Cybernetics, Moscow State University</i> ³<i>National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia</i></p>
12 ³⁰ -12 ⁴⁵	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">I. Molotov^{1,2}, M.V. Zachvatkin¹, A.I. Streltsov¹, L.V. Elenin¹, M.A. Sibichenkova²</p> <p style="text-align: center;">Prototype of new ISON telescope to improve the completeness and accuracy of the catalog of space objects</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i> ²<i>Small innovation enterprise «KIAM Ballistics-Service», Moscow, Russia</i></p>
12 ⁴⁵ -13 ⁰⁰	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">S.V. Podolyako, I.A. Tarakanov</p> <p style="text-align: center;">Mathematical model of the interaction between protons and matter</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>
13 ⁰⁰ -14 ⁰⁰	Lunch time
14 ⁰⁰ -14 ¹⁵	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">Ž. Pavićević</p> <p style="text-align: center;">New proof of the theorems picard for analytical and meromorphic function of the complex plane</p> <p style="text-align: center;"><i>Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro;</i> <i>National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia</i></p>

14 ¹⁵ -14 ³⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>Sanja Jancic Rasovic¹, Irina Cristea²</p> <p>On a class of d-division hypernear-rings</p> <p>¹<i>University of Montenegro, Montenegro</i></p> <p>²<i>Centre for Systems and Information Technologies, University of Nova Gorica, Slovenia</i></p>
14 ³⁰ -14 ⁴⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>Jacimovic Vladimir</p> <p>Collective motion of interacting particles on compact Lie groups</p> <p><i>University of Montenegro, Montenegro</i></p>
14 ⁴⁵ -15 ⁰⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>Vujadinović Djordjije</p> <p>Two-sided norm estimate for the Bergman projection on the harmonic Besov space</p> <p><i>University of Montenegro, Montenegro</i></p>
15 ⁰⁰ -15 ¹⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>Yu.A. Volkov, K.K. Inozemtceva, Sh.A. Kazymov, M.B. Markov, I.A. Tarakanov</p> <p>Modeling of radiation-induced termomechanical effects</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>
15 ¹⁵ -15 ⁴⁵	Coffee break
15 ⁴⁵ -17 ⁰⁰	<p>THEMATIC HEADING "EDUCATION: RESEARCH AND DEVELOPMENT"</p> <p>ROUND-TABLE DISCUSSION</p>
	<p>V.I. Mazhukin¹, Ž. Pavićević²</p> <p>¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p> <p>²<i>University of Montenegro, Montenegro</i></p>
17 ⁰⁰ -18 ⁰⁰	POSTER SECTION

Wednesday, May 30

8⁰⁰-20⁰⁰

SOCIAL PROGRAM

Thursday, May 31	
$10^{00}-10^{15}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">M.E. Ladonkina^{1,2}, O.A. Neklyudova¹, V.V. Ostapenko^{2,3}, V.F. Tishkin^{1,2}</p> <p style="text-align: center;">Research of the accuracy of discontinuous Galerkin method for problems with shock waves</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i> ²<i>Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of SB RAS, Novosibirsk</i></p>
$10^{15}-10^{30}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">Yu.A. Poveshchenko^{1,2}, V.A. Gasilov^{1,2}, M.E. Ladonkina¹, V.O. Podryga^{1,3,4}</p> <p style="text-align: center;">Difference schemes of support operator method for equations of elasticity theory in cylindrical geometry</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i> ²<i>National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia</i> ³<i>NRC "Kurchatov Institute", Moscow, Russia,</i> ⁴<i>MADI, Moscow, Russia</i></p>
$10^{30}-10^{45}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">V.T. Zhukov, O.B. Feodoritova, N.D. Novikova</p> <p style="text-align: center;">Numerical simulation of combustion process in test scramjet engines</p> <p style="text-align: center;"><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>
$10^{45}-11^{00}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">V.I. Mazhukin, E.N. Bykovskaya</p> <p style="text-align: center;">Comparison of the efficiency of 2- and 3-layer difference schemes for nonstationary singularly perturbed differential equations</p> <p style="text-align: center;"><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>
$11^{00}-11^{15}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">O.B. Feodoritova, V.T. Zhukov, M.M. Krasnov</p> <p style="text-align: center;">Self-adaptive Chebyshev iterative method</p> <p style="text-align: center;"><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>

11 ¹⁵ -11 ³⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>Romeo Meštrović¹, Žarko Pavićević^{2,3}</p> <p>On Privalov spaces on the unit disk as the Hardy-Orlicz classes</p> <p>¹<i>Maritime Faculty Kotor, University of Montenegro, Kotor, Montenegro</i> ²<i>Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro</i> ³<i>National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia</i></p>
11 ³⁰ -12 ⁰⁰	Coffee break
12 ⁰⁰ -12 ¹⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>Dakić Jelena, Kankaraš Milica</p> <p>Swarms on the 3-sphere</p> <p><i>Faculty of Natural Science, Department of Mathematics, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro</i></p>
12 ¹⁵ -12 ³⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>Kankaraš Milica, Dakić Jelena</p> <p>Distributed consensus in multi-agent systems on lie groups S3 and SO(3)</p> <p><i>Faculty of Natural Science, Department of Mathematics, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro</i></p>
12 ³⁰ -12 ⁴⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>B. Zekovich¹, V.A. Artamonov²</p> <p>Pierce decomposition of semisimple n -ary bialgebras</p> <p>¹<i>Faculty of Natural Science, Department of Mathematics, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro</i> ²<i>Department of Algebra, Faculty of Mechanics and Mathematics, Moscow State University, Moscow, Russia</i></p>
12 ⁴⁵ -13 ⁰⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>Dušan Jakanović, Marina Milićević</p> <p>A note on preserving quasi-armendariz property under various ring extensions</p> <p><i>University of East Sarajevo, Production and Management Faculty Trebinje, Bosnia and Herzegovina</i></p>
13 ⁰⁰ -14 ⁰⁰	Lunch time

14 ⁰⁰ -14 ¹⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>Marijan Marković</p> <p>Estimates of harmonic functions</p> <p><i>University of Montenegro, Podgorica, Montenegro</i></p>
14 ¹⁵ -14 ³⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>I.V. Popov</p> <p>Construction of a different scheme of high order of approximation with artificial viscosity for solving the convection-diffusion equation</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i> <i>National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia</i></p>
14 ³⁰ -16 ⁰⁰	<p>THEMATIC HEADING "SCIENCE LIFE"</p> <p>ROUND-TABLE DISCUSSION</p>
	<p>Invite Presentation</p> <p>A.A. Samokhin</p> <p>Five years after RAS transformation</p> <p><i>A.M. Prokhorov General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia</i></p>
	<p>Invite Presentation</p> <p>M.M. Gorbunov-Posadov</p> <p>Digital Science in the Academy</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>
	<p>Invite Presentation</p> <p>V.I. Mazhukin</p> <p>Basic directions in mathematical modeling and information technologies</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>
15 ¹⁵ -15 ⁴⁵	<p>Coffee break</p>
17 ⁰⁰ -18 ⁰⁰	<p>POSTER SECTION</p>

	Friday, June 1
$10^{00}-10^{15}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">V.A. Egorova, E.B. Savenkov, M.E. Zhukovskiy</p> <p style="text-align: center;">On the modeling of secondary radiation-induced effects in the objects of the complex geometric structure</p> <p style="text-align: center;"><i>Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS; Moscow, Russia</i></p>
$10^{15}-10^{30}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">A.S. Rodin^{1,2}, M.P. Galanin^{1,2}, V.V. Lukin^{1,2}, P.V. Gliznutcina¹</p> <p style="text-align: center;">Investigation of Shvartz method convergence for problems solution of elastic bodies contact interaction</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS; Moscow, Russia</i> ²<i>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia</i></p>
$10^{30}-10^{45}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">F.N. Voronin, V.A. Egorova, E.B. Savenkov, M.V. Alekseev</p> <p style="text-align: center;">Simulation of radiation-induced thermodynamic effects in porous materials</p> <p style="text-align: center;"><i>Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS; Moscow, Russia</i></p>
$10^{45}-11^{00}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">L.V. Klochkova, Yu.N. Orlov, V.F. Tishkin</p> <p style="text-align: center;">Mathematical simulation of nonstationary stochastic processes using the kinetic equations Fokker-Planck</p> <p style="text-align: center;"><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia</i></p>
$11^{00}-11^{15}$	<p style="text-align: center;">Oral Presentation</p> <p style="text-align: center;">P.V. Stognii^{1,2}, A.V. Favorskaya^{1,2,3}</p> <p style="text-align: center;">The study of seismic resistance by full-wave numerical modelling</p> <p style="text-align: center;">¹<i>Non-state Educational Institution "Educational Scientific and Experimental Center of Moscow Institute of Physics and Technology", Dolgoprudnyi, Russia</i> ²<i>Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudnyi, Russia</i> ³<i>Scientific Research Institute for System Analysis RAS, Moscow, Russia</i></p>

11 ¹⁵ -11 ³⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>Goran Popivoda, Žana Kovijanić Vukićević, Vladimir Božović</p> <p>On some molecular descriptors</p> <p><i>University of Montenegro, Podgorica, Montenegro</i></p>
11 ³⁰ -11 ⁴⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>P.V. Sasorov, N.A. Bobrova, O.G. Olkhovskaya, G.A. Bagdasarov, A.S. Boldarev, V.A. Gasilov</p> <p>Simulations of plasma channel formation by Knife-like nanosecond laser beam</p> <p><i>Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia</i></p>
11 ⁴⁵ -12 ⁰⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>Jela Šušić¹, Andrej Novak²</p> <p>Black matter model equation and its solution</p> <p>¹<i>Faculty of Natural Science and Mathematics, University of Montenegro</i> ²<i>Faculty of Physics, University of Zagreb, Zagreb, Croatia</i></p>
12 ⁰⁰ -12 ¹⁵	<p>Oral Presentation</p> <p>A.V. Maltsev, I.N. Mironenko</p> <p>Using high-performance calculations on GPU for collision detection of particle systems</p> <p><i>Scientific Research Institute for System Analysis of RAS, Moscow, Russia</i></p>
12 ¹⁵ -12 ³⁰	<p>Oral Presentation</p> <p>M.A. Torgashev, E.V. Strashnov</p> <p>Dynamic simulation and visualization of ropes in training complexes</p> <p><i>Scientific Research Institute for System Analysis of RAS, Moscow, Russia</i></p>
SUMMING. CLOSING of the XVI INTERNATIONAL SEMINAR	
13.00-14.00	<i>Lunch time</i>
BANQUET, CLOSING SPEECH	

	Saturday, June 2
	Departure

ABSTRACTS

DENSITY FLUCTUATIONS IN NANOSECOND LASER ABLATION OF LIQUID AL FILM

A.A. Samokhin¹, V.I. Mazhukin^{2,3}, M.M. Demin², A.V. Shapranov^{2,3}, A.E. Zubko¹

¹*Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Science, Moscow, Russia*

²*Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow, Russia*

³*National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia*

e-mail: asam40@mail.ru

As compared with femtosecond laser ablation [1] nanosecond regime remains less investigated. In recent papers (see e.g. [2] and references therein) the nanosecond laser ablation of liquid Al film was investigated with the help of molecular dynamics simulation. Using the same approach we describe here density fluctuations behavior during nanosecond laser ablation of the film for different constant values of laser irradiation intensity which is turned on at $t = 0$ when initial film temperature is $T(0) = 6400$ K.

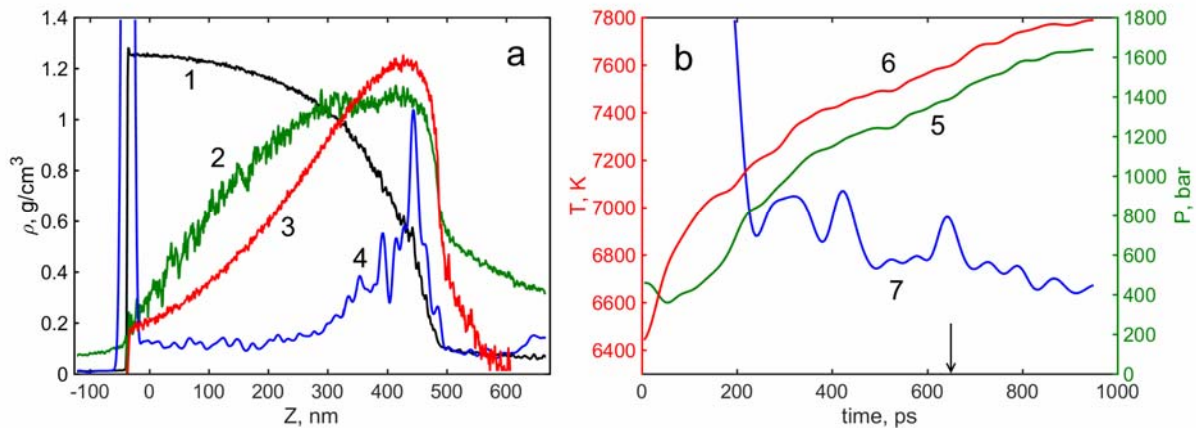


Fig. 1. **a**: Density (1), pressure (2), temperature (3) and density fluctuations (4) distributions across the film at $t = 650$ ps and $I = 110$ MW/cm²; **b**: Maximum values evolution of pressure (5), temperature (6) and density fluctuations (7). Density fluctuations in curves (4,7) are increased by factor 35 compared with the given density scale. Abrupt increase of density fluctuations on the left part of curves (4,7) is due to sharp interphase boundary effect in the calculation procedure used.

Fig. 1a shows density fluctuation distribution (curve 4) at $t = 650$ ps when the system pressure (2) and temperature (3) reach critical point ($P_C = 1400$ bar, $T_C = 7600$ K). At this moment (denoted with arrow in fig. 1b) maximum density fluctuations is located near critical density value ($\rho_C = 0.5$ g/cm³) (fig. 1a). At later times the maximum diminishes while at earlier times density fluctuations evolution is affected with (underdeveloped) processes of explosive boiling and spinodal decomposition.

References:

1. A.A. Ionin, S.I. Kudryashov, A.A. Samokhin, "Material surface ablation produced by ultrashort laser pulses", *Phys. Usp.*, **60**(2), 159-172 (2017).
2. A.A. Samokhin, V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.V. Shapranov, A.E. Zubko, "Molecular dynamics simulation of Al explosive boiling and transcritical regimes in nanosecond laser ablation", *Mathematica Montisnigri*, **41**, 55-72 (2018).

ФЛУКТУАЦИИ ПЛОТНОСТИ ПРИ НАНОСЕКУНДНОЙ ЛАЗЕРНОЙ АБЛЯЦИИ ЖИДКОЙ АЛЮМИНИЕВОЙ ПЛЕНКИ

А.А. Самохин¹, В.И. Мажукин^{2,3}, М.М. Демин², А.В. Шапранов^{2,3}, А.Е. Зубко¹

¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва

²Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

³Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва
e-mail: asam40@mail.ru

По сравнению с фемтосекундной лазерной абляцией [1] наносекундный режим остается менее исследованным. В последних работах (см. например, [2] и приведенные там ссылки) наносекундная лазерная абляция жидкой алюминиевой пленки исследовалась с помощью молекулярно динамического моделирования. Используя подобный подход, мы описываем здесь поведение флуктуаций плотности во время наносекундной лазерной абляции такой пленки для различных постоянных значений интенсивностей лазерного облучения, которое включается при $t = 0$ и начальной температуре пленки $T(0) = 6400$ К.

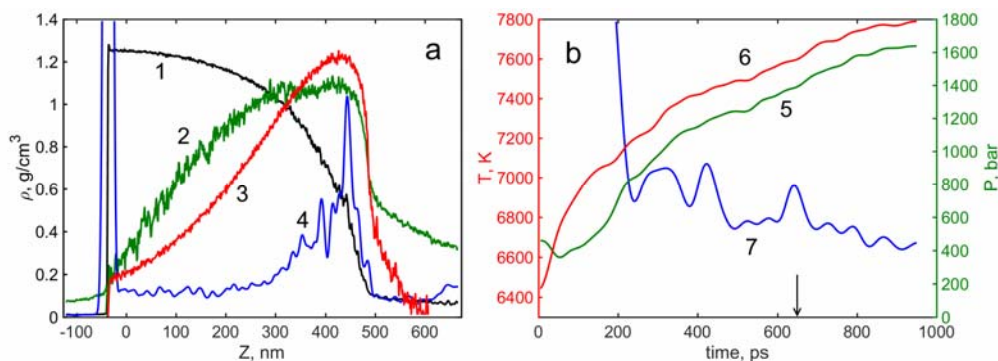


Рис.1. **а:** Распределения плотности (1), давления (2), температуры (3) и флуктуаций плотности (4) по толщине пленки при $t = 650$ пс и $I = 110$ МВт/см²; **б:** Эволюция максимальных значений давления (5), температуры (6) и флуктуаций плотности (7). Флуктуации плотности на кривых (4,7) увеличены с коэффициентом 35 по сравнению со указанной шкалой плотности. Крутое возрастание флуктуаций плотности на левых частях кривых (4,7) обусловлено проявлением резкой межфазной границы в используемой процедуре вычисления флуктуаций.

Рис. 1а показывает распределение флуктуаций плотности (кривая 4) при $t = 650$ пс когда давление (2) и температура (3) системы достигает критической точки ($P_C = 1400$ бар, $T_C = 7600$ К). В этот момент времени (отмеченный стрелкой на рис. 1б) максимум флуктуаций плотности локализован вблизи значения критической плотности ($\rho_C = 0.5$ г/см³) (рис. 1а). В дальнейшем этот максимум уменьшается, в то время как при меньших временах эволюция флуктуаций плотности связана с (недоразвившимся) процессами взрывного вскипания и спиноподобного распада.

Литература:

1. А.А. Ионин, С.И. Кудряшов, А.А. Самохин, “Абляция поверхности материалов под действием ультракоротких лазерных импульсов”, УФН, **60**(2), 159-172 (2017).
2. А.А. Самохин, В.И. Мажукин, М.М. Демин, А.В. Шапранов, А.Е. Зубко, “Molecular dynamics simulation of Al explosive boiling and transcritical regimes in nanosecond laser ablation”, *Mathematica Montisnigri*, **41**, 55-72 (2018).

NEAR-FIELD LASER HEATING OF SOLID SAMPLES FOR NANO ABLATION: MODELING AND EXPERIMENTAL STUDY

A. Semerok¹, C. Jabbour¹, J. Simonnet¹, S.V. Fomichev^{2,3}, J.-L. Lacour¹, M. Tabarant¹, F. Chartier⁴

¹ DEN-Service d'Etudes Analytiques et de Réactivité des Surfaces, CEA, Université Paris-Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France

² National Research Center "Kurchatov Institute", 123182 Moscow, Russia

³ Moscow Institute of Physics and Technology, 141700 Dolgoprudny, Moscow region, Russia

⁴ DEN-Département de Physico-Chimie, CEA, Université Paris-Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France
alexandre.semerok@cea.fr

In surface microanalysis with sampling by laser ablation (LIBS, LA-ICP-OES or LA-ICP-MS methods), spatial resolution is determined by laser beam diffraction limits (of the order of a laser wavelength) and thermal diffusion of a deposited heating energy during laser pulse duration (proportional to the square root of the pulse duration and matter diffusivity). Being limited by these features of a laser beam and heating energy, the best LIBS spatial resolution (the crater diameter) of 1 μm was obtained by ablation with the laser pulses of 266 nm wavelength and 4 ns duration [1-2].

One of the ways to improve spatial resolution of microanalysis may be suggested as the use of laser pulses of a lower wavelength (< 266 nm) and shorter pulse durations (ps and fs). Other ways to improve spatial resolution of surface analysis is laser ablation with a highly localized electromagnetic field produced by a tip near-field enhancement. In our studies, a tip of an atomic force microscope (AFM) was illuminated by the laser pulses of 266 nm wavelength and 4 ns duration, thus producing the craters of 100 nm diameters and of some nanometers of depth with Si-, Au- and Ta-samples [3].

The experiments were followed by extensive multi-parametric theoretical studies to analyze the effect of both matter properties (absorption, thermal conductivity and capacity) and electromagnetic field parameters (spatial distribution and pulse duration) on the resulted temperature field distribution $T(r, t)$. The simulations were made with a home-developed "3D+t" heating model [4]. The simulation results [5] with particular features of solid sample heating by highly spatially localized laser field (10-100 nm) will be presented and discussed.

References:

1. D. Menut, P. Fichet, J.-L. Lacour, A. Rivoallan, P. Mauchien, "Micro-laser-induced breakdown spectroscopy technique: a powerful method for performing quantitative surface mapping on conductive and nonconductive samples", *Applied Optics.*, Vol. 42, 6063-6071 (2003).
2. P. Mauchien, J.-L. Lacour, N. Caron, "LIBS for microanalysis and chemical Imaging", oral presentation on EMSLIBS 2011 conference, Izmir, Turkey, (2011).
3. C. Jabbour, J.-L. Lacour, M. Tabarant, A. Semerok, F. Chartier, "Development of a tip enhanced near-field laser ablation system for the sub-micrometric analysis of solid samples" *J. Anal. At. Spectrom.*, Vol.31, 1534–1541 (2016).
4. A. Semerok, S. V. Fomichev, J.M. Weulersse, F. Brygo, P.Y. Thro and C. Grisolia, "Heating and ablation of tokamak graphite by pulsed nanosecond Nd-YAG lasers", *Journal of Applied Physics*, Vol. 101, 084916 – 1-10 (2007).
5. A. Semerok, S. V. Fomichev, C. Jabbour, J.-L. Lacour, M. Tabarant, F. Chartier, "Multi-parametric modeling of solid sample heating by nanosecond laser pulses in application for nano-ablation", *Spectrochimica Acta Part B*, Vol.136, 51–55 (2017).

**SPACE RESEARCH IN THE KELDYSH INSTITUTE of APPLIED MATHEMATICS
of RAS: PAST, PRESENT, FUTURE**

Borovin G.K., Grushevskii A.V., Zakhvatkin M.V., Zaslavsky G.S.,
Stepanyantz V.A., Tuchin A.G., Tuchin D.A., Yaroshevsky V.S.

*Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia
e-mail: borovin@keldysh.ru*

The 60th anniversary of the Baikonur Cosmodrome launch of the Soviet R 7 rocket which brought on the orbit world's first Earth artificial satellite (EAS), “Sputnik”, was held on October 4, 2017. Many Soviet engineers and scientists intensively worked on the creation of this spacecraft, among which S.P. Korolev, M.V. Keldysh and M.K. Tikhonravov can be singled as the outstandings of the best. From this moment the era of space exploration was opening.

By the decree of the USSR Council of Ministers in 1953, the Department of Applied Mathematics was established at the Steklov Mathematical Institute (Since 1966 the Institute of Applied Mathematics of the USSR Academy of Sciences), from this time was leading by the Director Academician M.V. Keldysh. Since the foundation of this outstanding organization under the leadership of Mstislav Vsevolodovich, work has begun on rocket dynamics and applied celestial mechanics.

In the period of research that preceded the launch of the first EAS in 1957, the main efforts at the creating an intercontinental ballistic missile and cruise missiles were aimed. The variational problem of determining the optimal characteristics of a package of composite missile was solved in the KIAM by Dmitry E. Okhotsimsky (later - Academician) in 1953. This influenced to the final selection of the R-7 composite missile scheme by Sergei Pavlovich Korolev.

From the initial flights of spacecrafts (SC), the Institute created a Ballistic Center (BC KIAM) to perform control and navigation calculations for both manned vehicles and automatic interplanetary stations (AIS). BC KIAM was created on the initiative of S.P. Korolev and M.V. Keldysh, in close cooperation with the organizations-SC's developers - RSC Energia, S.A. Lavochkin, TSNIIMASH and others. It was successfully carried out the ballistic-navigational support (BNS, “BHO” on Russian) of flight control of all the “Lunas”, “Veneras”, and “Marses” automatic stations for the Solar system, for the Vega project for the Halley comet study, for many manned Soyuz vehicles, for Saliyut and Mir orbital stations, for Progress cargo ships, for the Energia-Buran aerospace system, also for Astron, Granat, and Interball automated research stations.

The orbital research complex "Mir" is the pride of Russian cosmonautics. BC KIAM successfully started and proceeded the work on the BNS for Mir during fifteen years of impeccable service in the orbit since the launch of Mir station in 1986. This include flights to the station and docking with it of 5 scientific modules (Quantum, Quantum-2, Kristall, Spectrum and Nature), 31 manned vehicles Soyuz and 64 Progress cargo SCs. BC KIAM processed trajectory measurements, determined orbits, predicted movement and calculated the parameters of the maneuvers of each of these SC operatively and regularly. According to on-board measurements, a selective analysis of the dynamics of the orbital complex rotational motion was carried out. Ballistic Center of KIAM participated in the creation of the scheme of the complex's descent from orbit, analysis and preparation for possible supernumerary situations, in the BNS implementation of the selected scheme. These final operations achieved as unique discoveries was have an extremely responsible role. Work on the BNS for controlling the flight of the Mir orbital complex was carried out jointly with TSNIIMASH and RSC Energia.

From July 18, 2011, the SC "Spectr-R" realized in the space the international orbital astrophysical observatory of the "Radioastron" project. A large-size radio telescope has been installed onboard the Spektr-R SC in order to carry out fundamental astronomical studies jointly with terrestrial radio telescopes. The orbit of the Spectrum-R SC was chosen to ensure the operation of the Earth-Cosmos interferometer with base format which much larger than the Earth's diameter. BNS of the flight "Spectrum-R" also is carried out by the Ballistic Center of KIAM.

Currently KIAM is actively involved in Russian and international space exploration projects. The "ExoMars-2020" is an international project that envisages the development by the Russian side of the descent module with a landing platform, the European part is the interplanetary module and the rover. The objective is to study the surface and the subsurface layer in the close proximity to the landing site, to conduct geological sampling and to detect traces of the possible existence of life on the planet, both in the present and in the past. The planned launch date of the "ExoMars-2020" is April-May 2020.

Participation in the mission design of Moon projects. The Luna Glob project is aimed at studying the Moon's surface in the circumpolar region (South Pole), as well as testing the technology of soft landing. The project "Moon-Resource-PA" should continue to explore the surface of the Moon. The project "Luna-Resurs-OA" includes the delivery of an automatic SC to the near-moon polar orbit for remote studies of the lunar surface.

A project for the flight of SC to the Jovian system is being developed - the "Laplace P" project. The "Laplace-P" SC is directed to the study of the Jovian planetary system by contact and remote methods. The "Laplace-P" SC includes an orbital module for remote investigation of the Jupiter planetary system.

The flight of SC "Spectrum-RG" is planned. Spectrum-RG is an international Russian-German project aimed at creating an orbital astrophysical observatory designed to study the universe in the X-ray wavelength range. The project envisages the creation of a national observatory for high-energy astrophysics that continues the sequence of astronomical satellites Astron and Granat by S.A. Lavochkin. The device is built on a modular basis, it has good orientation and stabilization characteristics, allows one to observe practically the entire celestial sphere during the year. The "Spectrum-RG" SC will be introduced to the neighborhood of the collinear Lagrange point L2 of the Sun-Earth system. Astrophysical research is planned for 7.5 years, of which 4 years - in the scanning mode of the star sky, and 3.5 years – in the in the mode of point observation of objects in the universe at the request of the world scientific community.

Another project - Venus-D. This is a Russian automatic interplanetary station for the study of Venus, which is scheduled to be launched after 2024. A qualitative difference between the modern landing design and the previous Venusian research programs is the provision of knowledge of the geology of the surface based on the results of the radar studies of the "Venera 15.16" SCs and the Magellan SC. The landing module will not land blindly, as before, but into the locality area with a well-known geological context.

From the initial beginning of the study of outer space KIAM actively participates in many space projects. The institute's contribution to ballistic-navigational support of SC flights often is decisive. We are cherishing to the name of Mstislav Vsevolodovich Keldysh, whose name is associated with an entire epoch in the formation and development of cosmonautics. We have major achievements, traditions, a wonderful team. There is the potential and the desire to continue to pursue tasks of importance for our Fatherland and for over mankind.

**КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ в ИПМ им. М.В. КЕЛДЫША РАН:
ПРОШЛОЕ, НАСТОЯЩЕЕ, БУДУЩЕЕ**

Боровин Г.К., Грушевский А.В., Захваткин М.В., Заславский Г.С.,
Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С.

*ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, г.Москва, Россия
e-mail:borovin@keldysh.ru*

4-ого октября 2017 года исполнилось 60 лет как с космодрома Байконур, была запущена отечественная ракета-носитель Р-7, которая вывела на земную орбиту первый в мире искусственный спутник (ИСЗ). Над созданием ИСЗ работали многие советские инженеры и учёные, среди которых можно выделить С. П. Королёва, М. В. Келдыша и М. К. Тихонравова. С этого момента началась эра исследования космического пространства.

Распоряжением Совета Министров СССР в 1953 году было образовано в МИАН СССР Отделение прикладной математики, директором которого был назначен академик М.В. Келдыш (с 1966 года Институт прикладной математики АН СССР, в настоящее время Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук). С момента создания Института под руководством Мстислава Всеволодовича начаты работы по ракетодинамике и прикладной небесной механике.

В период исследований, предшествовавший запуску первого искусственного спутника Земли в 1957 году, основные усилия были направлены на создание межконтинентальной баллистической ракеты и крылатых ракет. В Институте, в 1953 году Дмитрий Евгеньевич Охоцимский (впоследствии академик) решил вариационную задачу по определению оптимальных характеристик пакета составных ракет, что повлияло на окончательный выбор схемы составной ракеты Р-7 Сергеем Павловичем Королевым.

С первых же полетов космических аппаратов в Институте создан Баллистический центр (БЦ) для выполнения расчетов управления и навигации как пилотируемых космических аппаратов, так автоматических межпланетных станций. Созданный по инициативе С.П. Королева и М.В. Келдыша Баллистический Центр ИПМ в тесном взаимодействии с организациями-разработчиками космических аппаратов (КА) - РКК «Энергия», НПО им. С.А. Лавочкина, ЦНИИмаш и др. успешно выполнил работы по баллистико-навигационному обеспечению (БНО) управления полетом всех автоматических аппаратов «Луна», «Венера», «Марс», предназначенных для исследования Луны и планет, аппаратов «Вега», проводивших исследование кометы Галлея, пилотируемых кораблей «Союз», орбитальных станций «Салют» и «Мир», грузовых кораблей «Прогресс», космической системы «Энергия-Буран», автоматических аппаратов научного назначения «Астрон», «Гранат», «Интербол».

БЦ ИПМ успешно выполнил работы по БНО пятнадцатилетней безупречной службы на орбите гордости российской космонавтики – научно-исследовательского комплекса «Мир». Начиная с запуска станции «Мир» в 1986 году и ее работы на орбите, включая полеты к станции и стыковки с ней 5 научных модулей («Квант», Квант-2», «Кристалл», «Спектр» и «Природа»), 31 пилотируемого корабля «Союз» и 64 грузовых кораблей «Прогресс», БЦ оперативно и регулярно обрабатывал траекторные измерения, определял орбиты, прогнозировал движение и рассчитывал параметры маневров

каждого из этих космических аппаратов. По данным бортовых измерений проводился выборочный анализ динамики движения орбитального комплекса около центра масс. БЦ ИПМ участвовал в выборе схемы схода комплекса с орбиты, анализе и подготовке к возможным нештатным ситуациям, в БНО реализации выбранной схемы. Эти завершающие операции были уникальны по своей сути и носили исключительно ответственный характер. Работы по БНО управления полётом орбитального комплекса «Мир» проводились совместно с ЦНИИмаш и РКК «Энергия».

С 18 июля 2011 года выполняет полёт КА «Спектр-Р» – международная орбитальная астрофизическая обсерватория проекта «Радиоастрон». На борту КА «Спектр-Р» установлен радиотелескоп большого диаметра с целью проведения совместно с наземными радиотелескопами фундаментальных астрономических исследований. Орбита КА «Спектр-Р» выбрана так, чтобы обеспечить работу интерферометра Земля–Космос с размерами базы, намного превосходящими диаметр Земли. БНО полёта «Спектр-Р» осуществляет БЦ ИПМ.

В настоящее время ИПМ им. М.В. Келдыша РАН активно участвует в Российских и международных проектах исследования космоса. Это «ЭкзоМарс-2020» – международный проект, предусматривающий разработку российской стороной десантного модуля с посадочной платформой, европейской стороной – перелетного модуля и марсохода. Целевая задача это исследование поверхности и подповерхностного слоя в непосредственной близости к месту посадки, проведение геологических проб и обнаружение следов возможного существования жизни на планете, как в настоящем, так и в прошлом времени. Планируемая дата запуска апрель-май 2020 г.

Участие в баллистическом проектировании полётов КА к Луне: Проект «Луна-Глоб» нацелен на исследование поверхности Луны в околополярной области (Южный полюс), а также отработку технологии мягкой посадки. Проект «Луна-Ресурс-ПА» должен продолжить исследование поверхности Луны. Проект «Луна-Ресурс-ОА» включает в себя доставку автоматического космического аппарата на окололунную полярную орбиту для проведения дистанционных исследований поверхности Луны.

Разрабатывается проект полёта КА к планете Юпитер – проект «Лаплас». КА «Лаплас-П» разрабатывается для исследования планетной системы Юпитера контактными и дистанционными методами. Входящий в космический комплекс «Лаплас-П» космический аппарат «Лаплас-П1» (ОА «Лаплас») включает в свой состав орбитальный модуль для дистанционного исследования планетной системы Юпитера.

Планируется полёт КА «Спектр-РГ». «Спектр-РГ» – международный российско-германский проект, нацеленный на создание орбитальной астрофизической обсерватории, предназначенной для изучения Вселенной в рентгеновском диапазоне длин волн. Проект предполагает создание национальной обсерватории астрофизики высоких энергий, продолжающей последовательность астрофизических спутников «Астрон» и «Гранат», также разработанных в НПО им. С.А. Лавочкина. Аппарат строится по модульному принципу, обладает хорошими характеристиками ориентации и стабилизации, позволяет в течение года наблюдать практически всю небесную сферу. КА «Спектр-РГ» будет выведен в окрестность точки Лагранжа L_2 системы Солнце–Земля. Проведение астрофизических исследований запланировано в течение 7,5 лет, из которых 4 года – в режиме сканирования звездного неба, а 3,5 года – в режиме

точечного наблюдения объектов во Вселенной по заявкам мирового научного сообщества.

Ещё один проект - Венера-Д. Это — российская автоматическая межпланетная станция для изучения Венеры, которая планируется к запуску не ранее 2024 года. Качественным отличием современного посадочного аппарата от предшествующих программ исследования Венеры является оснащённость знаниями о геологии поверхности по результатам радарных исследований КА «Венера 15,16» и КА «Магеллан». Посадочный аппарат будет садиться не вслепую, как раньше, а в местность с известным геологическим контекстом.

С самого начала исследования космического пространства ИПМ им. М.В.Келдыша Российской академии наук активно участвует во многих космических проектах. Часто вклад института в баллистико-навигационное обеспечение полётов КА является определяющим. Мы дорожим именем Мстислава Всеволодовича Келдыша, именем которого связана целая эпоха в становлении и развитии космонавтики. У нас есть крупные достижения, традиции, прекрасный коллектив. Есть потенциал и стремление и впредь заниматься задачами важными для нашего Отечества.

**ПОСТРОЕНИЕ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ УРАВНЕНИЙ
ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА, СОДЕРЖАЩИХ РАЗРЫВ,
РАСПРОСТРАНЯЮЩИЙСЯ ПО НЕОДНОРОДНОМУ ФОНУ**

В.П. Варин, Ю.А. Криксин, П.А. Кучугов, М.Е. Ладонкина,
О.А. Неклюдова, В.Ф. Тишкин

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Миусская пл., 4
e-mail: pkuchugov@gmail.com, ladonkina@imamod.ru, nek_olga@mail.ru, v.f.tishkin@mail.ru

Уравнения и системы уравнений типа законов сохранения [1] возникают во многих практических приложениях, в связи с чем их численное решение представляет значительный интерес. С этой целью разрабатываются всё более совершенные численные методы и алгоритмы. Важной составляющей этого процесса является этап верификации вычислительного алгоритма, при этом особый интерес представляет поведение численных решений в областях содержащих сильные и слабые разрывы. Много работ посвящены построению аналитического решения для сложных задач, имеющих прикладное значение. Однако в данных работах рассматриваются либо кусочно-постоянные начальные данные [2], либо решения, исключаяющие разрывы [3].

В то же время, наиболее важным является исследование точности расчетных методик на модельных задачах, в которых разрывы распространяются по неоднородному фону. Однако существует немного задач, имеющих точные решения такого рода.

В данной работе авторы проводят построение разрывных решений для квазилинейного уравнения переноса и системы уравнений мелкой воды, используя характеристический подход [4].

Благодарности: Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ гранты № 17-01-00361_А и №16-01-00333.

Литература:

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. “Гидродинамика”, М.: Наука, (1988).
2. В.В. Остапенко. “Течения, возникающие при разрушении плотины над ступенькой дна”, Прикладная механика и техническая физика, 44(4), (2003).
3. V. Teshukov, G. Russo, A. Chesnokov. “Analytical and numerical solutions of the shallow water equations for 2d rotational flows”, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 14 (10), 1-29 (2004).
4. Ю.А. Криксин и др. “Построение точных решений некоторых уравнений гиперболического типа, содержащих разрыв, распространяющийся по неоднородному фону”, Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, 17, (2018)

**CONSTRUCTION OF EXACT SOLUTIONS OF SOME HYPERBOLIC TYPE
EQUATIONS CONTAINING DISCONTINUITIES SPREAD OVER AN UNIFORM
BACKGROUND**

V.P. Varin, Y.A. Kriksin, P.A. Kuchugov, M.E. Ladonkina, O.A. Nekliudova, V.F. Tishkin

Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Russia, Moscow, Miusskaya Sq., 4
e-mail: varin@keldysh.ru, pkuchugov@gmail.com, ladonkina@imamod.ru, nek_olga@mail.ru,
v.f.tishkin@mail.ru

Equations and systems of equations such as conservation laws [1] appear in many practical applications, and therefore their numerical solution is of considerable interest. For this purpose, more and more advanced numerical methods and algorithms are being developed. An important component of this process is the verification stage of the computational algorithm, and the behavior of numerical solutions in regions containing strong and weak discontinuities is of particular interest. Many works are devoted to constructing an analytical solution for complex problems of applied importance. However, these papers consider either piecewise constant initial data [2] or solutions that eliminate discontinuities [3].

At the same time, the most important is to investigate the accuracy of computational techniques on model problems in which discontinuities propagate along a non-uniform background. However, there are few problems that have exact solutions of this kind.

In this paper, the authors construct discontinuous solutions for the quasilinear transport equation and the system of shallow water equations, using the characteristic approach [4].

Acknowledgements: The work was partially supported by RFBR under research projects No.17-01-00361_A and 16-01-00333.

References:

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. “Гидродинамика”, М.: Наука, (1988).
2. В.В. Остапенко. “Течения, возникающие при разрушении плотины над ступенькой дна”, Прикладная механика и техническая физика, 44(4), (2003).
3. V. Teshukov, G. Russo, A. Chesnokov. “Analytical and numerical solutions of the shallow water equations for 2d rotational flows”, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 14 (10), 1-29 (2004).
4. Ю.А. Криксин и др. “Построение точных решений некоторых уравнений гиперболического типа, содержащих разрыв, распространяющийся по неоднородному фону”, Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, 17, (2018)

ДИНАМИКА РАСШИРЕНИЯ ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННОГО ФАКЕЛА ПРИ НАНОСЕКУНДНОЙ АБЛЯЦИИ АL МИШЕНИ В ОКРУЖАЮЩЕМ ГАЗЕ

В.И.Мажукин, А.В.Шапранов, М.М.Дёмин, А.В. Мажукин

Институт прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН,
e-mail: vim@modhef.ru

Лазерное облучение металлических поверхностей короткими наносекундными импульсами инициирует сложную последовательность событий, которые происходят во время и после окончания лазерного импульса. Поэтому взаимодействие лазерно-плазменного факела с окружающим газом, по сравнению с расширением в вакуум, является гораздо более сложным газодинамическим процессом. В данном сообщении рассматриваются режимы воздействия с интенсивностью лазерного излучения от 5×10^8 до $5 \times 10^9 \text{ Wcm}^{-2}$, длительностью импульса 5×10^{-9} до 10^{-7} сек. и длиной волны 1.06 мк . В рамках 1D - РГД модели сопряженной с многофронтной моделью фазовых превращений в Al мишени [1] моделируются различные механизмы ns абляции, возникновения и эволюции лазерной плазмы в испаренном веществе и окружающем газе. Результаты моделирования свидетельствуют о ключевой роли взаимодействия лазерной плазмы с мишенью. Высокое давление в плазме способствует смене механизма лазерного испарения механизмом поверхностной конденсации ранее испаренного вещества. В плазме возникают ударные волны, взаимодействующие с поверхностью мишени и ударной волной бегущей по холодному газу, Рис.1. Радиационный вынос энергии из области горячей плазмы, продолжающийся после окончания лазерного импульса, приводит к непривычно большим длительностям (вплоть до микросекундного диапазона) процессов поверхностного испарения и плавления. Подобные явления не наблюдаются при воздействии более коротких fs, ps - лазерных импульсов [2].

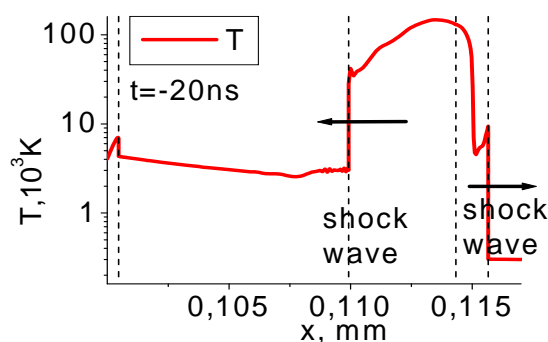


Рис. 1. Две ударные волны после образования плазмы, $J = 70 \text{ J/cm}^2$, $\tau = 20 \text{ ns}$.

Благодарности: Работа поддержана Российским Научным Фондом, грант 18 - 11-00318

Литература:

1. V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.V. Shapranov. "High-speed laser ablation of metal with pico- and subpicosecond pulses", Applied Surface Science, 302, 6–10 (2014).
2. V.I. Mazhukin, A.V. Mazhukin, M.G. Lobok. "Comparison of Nano- and Femtosecond Laser Ablation of Aluminium", Laser Physics, 19 (5), 1169 – 1178 (2009).

**DYNAMICS OF EXPANSION OF A LASER-PLASMA TORCH DURING
NANOSECOND ABLATION OF AN AL TARGET IN AN AMBIENT GAS**

V.I. Mazhukin, A.V. Shapranov, M.M. Demin, A.V. Mazhukin

Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS
e-mail:vim@modhef.ru

Laser irradiation of metal surfaces with short nanosecond pulses initiates a complex sequence of events that occur during and after the end of the laser pulse. Therefore, the interaction of the laser-plasma torch with the surrounding gas, in comparison with the expansion into vacuum, is a much more complicated gas-dynamic process. In this report, exposure modes with an intensity of laser radiation from 5×10^8 to 5×10^9 Wcm^{-2} , pulse duration from 5×10^{-9} to 10^{-7} seconds and a wavelength of $1.06 \mu\text{m}$ are considered. Within the framework of the 1D-RGD model conjugated to the multifront model of the phase transitions in the Al target [1], various mechanisms of ns ablation, appearance and evolution of the laser plasma in the vaporized matter and the surrounding gas are modeled. The results of the simulation testify to the key role of the interaction of the laser plasma with the target. The high pressure in the plasma contributes to the change in the mechanism of laser evaporation by the mechanism of surface condensation of a previously evaporated substance. In the plasma, there are shock waves interacting with the target surface and a shock wave traveling along the cold gas, Fig.1. Radiation removal of energy from the hot plasma region, which continues after the end of the laser pulse, leads to unusually long durations (up to the microsecond range) of the processes of surface evaporation and melting. Similar phenomena are not observed when shorter fs, ps laser pulses are applied [2].

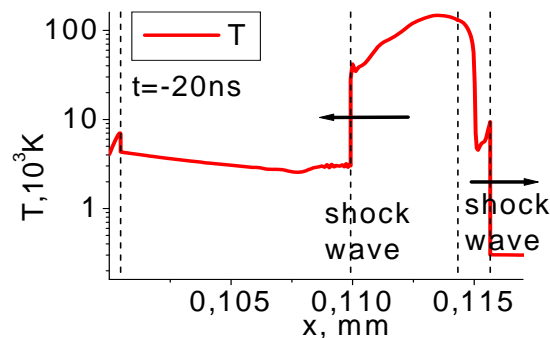


Figure 1. Two shock waves after the formation of plasma, $J = 70 \text{ J/cm}^2$, $\tau = 20 \text{ ns}$.

Acknowledgements: This work was supported by RSF (project № 18-11-00318).

References:

1. V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.V. Shapranov. “High-speed laser ablation of metal with pico- and subpicosecond pulses”, *Applied Surface Science*, 302, 6–10 (2014).
2. V.I. Mazhukin, A.V. Mazhukin, M.G. Lobok. “Comparison of Nano- and Femtosecond Laser Ablation of Aluminium”, *Laser Physics*, 19 (5), 1169 – 1178 (2009).

ВИЗУАЛИЗАТОР ПРОЦЕССОВ НЕУСТОЙЧИВОГО ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ИЗ ПОРИСТЫХ СРЕД

М.В. Михайлюк, П.Ю. Тимохин, Д.В. Омельченко

*ФГУ «ФНЦ Научно-исследовательский институт системных исследований
Российской академии наук», Москва, Россия
E-mail: mix@niisi.ras.ru*

Одним из важных направлений современного нефтегазового инжиниринга является повышение нефтеотдачи нефтеносных пластов за счет предотвращения явлений неустойчивого (неполного) вытеснения нефти: прорывов отдельных языков («пальцев») вытесняющей жидкости (воды или полимерных растворов), залипания объемов нефти внутри пласта и др. Эффективным подходом является определение оптимальных значений параметров вытеснения на основе компьютерного моделирования на детализированных расчетных сетках (до 10^9 ячеек) процессов неустойчивого вытеснения нефти из пористых сред. Для анализа результатов моделирования необходима визуализация в масштабе реального времени поверхности раздела вытесняющей и вытесняемой жидкостей (изоповерхности).

В данной работе предлагается эффективная технология и программные решения этой задачи на графических процессорах (GPU), основанные на использовании распределенных вычислений и распараллеливании графических расчетов с помощью современных шейдерных технологий. Предлагаемая технология включает в себя построение на GPU полигональной модели изоповерхности, ее произвольного плоского сечения, а также визуализацию модели изоповерхности в моно- и стереорежиме.

Модель изоповерхности создается на основе разбиения объема моделирования равномерной сеткой на ячейки (кубы) и присвоения каждой ячейке одного из предопределенных наборов треугольников (всего 256 вариантов), задающих полигональный участок изоповерхности в этой ячейке. Каждый такой набор создается в отдельном GPU-поток с помощью геометрического шейдера. GPU-поток создаются группами по 65×65 потоков из квадратных графических примитивов (патчей) с помощью тесселяционных шейдеров (один патч - одна группа) и равномерно распределяются между всеми ядрами GPU.

Построение сечения выполняется в процессе создания модели изоповерхности. При этом создаются и выполняются только те GPU-поток, которые производят фрагменты изображения видимой части сечения. Отбор таких GPU-поток выполняется по ячейкам моделируемого объема, треугольникам модели изоповерхности и фрагментам изображений этих треугольников с помощью тесселяционных, геометрического и фрагментного шейдеров.

Стадия визуализации включает расчет на GPU освещенности модели изоповерхности и ее сечения, визуализацию куба, ограничивающего объем моделирования, а также системы координат. Кроме моно режима реализован также режим стереовизуализации (анаглифический и поляризационный методы).

На основе предложенных технологии и программных решений был разработан и успешно апробирован прототип системы визуализации результатов моделирования процессов неустойчивого вытеснения нефти из пористых сред.

Благодарности: Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 16-29-15099-офи_м).

VISUALIZER OF PROCESSES OF UNSTABLE OIL DISPLACEMENT FROM POROUS MEDIA

M.V. Mikhaylyuk, P.Yu. Timokhin, D.V. Omelchenko

Scientific Research Institute for System Analysis of RAS, Moscow, Russia

E-mail: mix@niisi.ras.ru

One of the important trends of modern oil-gas engineering is enhancing oil recovery of oil-bearing strata by means of preventing phenomena of unstable (incomplete) oil displacement: breakthroughs of separate tongues ("fingers") of the displacing liquid (water or polymeric solvents), sticking of oil volumes inside strata, etc. An effective approach is to determine optimal values of displacement parameters by means of computer simulation of processes of unstable oil displacement from porous media, carrying out on detailed calculation grids (up to 10^9 cells). To analyze simulation results, a real-time visualization of the surface splitting displacing and displaced liquids (isosurface) is necessary.

In this paper an efficient technology and program solutions of this task on graphics processors (GPU), based on using of distributed computing and parallelization of graphic calculations by means of modern shader technologies, are proposed. The proposed technology includes GPU-based building a polygonal isosurface model and its arbitrary plane section, as well as visualization of the isosurface model in mono and stereo mode.

The isosurface model is created by partitioning simulation volume by a uniform grid into cells (cubes) and assigning each cell one of the predefined sets of triangles (a total of 256 variants), specifying a polygonal part of the isosurface in this cell. Each of those sets is created in a separate GPU-thread using a geometric shader. GPU-threads are created in groups of 65×65 threads from square graphic primitives (patches) using tessellation shaders (one patch - one group) and uniformly distributed among all GPU cores.

Section building is performed during the creation of isosurface model. Herewith, only those GPU-threads are created and executed, which produce image fragments of visible part of the section. The selection of such GPU-threads is performed based on cells of the simulated volume, triangles of isosurface model and image fragments of these triangles by means of tessellation, geometric and fragment shaders.

The visualization stage includes calculation on the GPU the lighting of isosurface model and its plane section, visualization of the cube bounding simulation volume, and the coordinate system. In addition to mono mode, a stereovisualization mode (anaglyph and polarization methods) is also realized.

Based on the proposed technology and program solutions, a prototype of a system for visualization of data obtained in simulation of processes of unstable oil displacement from porous media was developed and successfully tested.

Acknowledgments: This research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 16-29-15099).

FIVE YEARS OF ACADEMIC SCIENCE TRANSFORMATIONS

A.A. Samokhin¹

*¹Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Science, Moscow, Russia
e-mail: asam40@mail.ru*

Some aspects of scientific community and its structures behavior after RAS transformation in 2013 are discussed.

ПЯТЬ ЛЕТ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ АКАДЕМИЧЕСКОЙ НАУКИ

А.А. Самохин¹

*¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия
e-mail: asam40@mail.ru*

Обсуждаются некоторые аспекты поведения научного сообщества и его структур после реформирования РАН в 2013 году.

EQUATION OF STATE AND ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF SUPERCRITICAL FLUID OF REFRACTORY METAL VAPORS

Khomkin A.L., Shumikhin A.S.

Joint Institute for high temperatures of RAS, Moscow, Russia
shum_ac@mail.ru

A matter at temperatures and densities higher than the critical one is called supercritical fluid (SCF) or warm dense matter (WDM). Such states in the laboratory can be achieved, for example, by laser heating or electric explosion of wires. For some metals (for example, Al, Cu, Fe, Ni) a large number of conductivity measurements on isotherms have been performed in this region [1]. A continuous transition from gas-plasma to metal conductivity (with passing through the minimum) was observed with density increase. But for some refractory metals (e.g. Be, W, Ta) there are practically no experimental data above the melting point. At the same time, the properties of these metals in the plasma fluid regime are of particular importance because of their technological application, for example, in thermonuclear energetic.

In this work, we propose a generalized model to describe the of vapor-liquid (dielectric-metal) phase transition, based on the “3+” model of plasma fluid proposed by us in [2, 3], concerning to refractory metals. The Helmholtz free energy of dense atomic metal vapors describe the mixture of free non-ideal electrons and ions and atoms immersed in jellium. Given the presence of jellium, we named this model the “3+” model. Jellium is constituted by tails of wave functions of bound electrons. Jellium provides the appearance of collective quantum energy – cohesion. We put forward the hypothesis, that jellium exists at any density. The jellium concentration is determined in various ways. The concentration of thermal electrons is determined by the Saha formula, taking into account all types of correlation. The interaction between free charges is described in nearest neighbor approximation (NNA). The equation of state and electrical conductivity were calculated in supercritical regime for refractory metals (Be, W, Ta) in wide range of densities and temperatures. The obtained results are compared with data of numerical experiments [4]. Calculations in the framework of the “3+” model show a good agreement with available in literature data and describes the continuous transition from gas-plasma to metallic conductivity.

Acknowledgments: This study was financially supported by the Russian Science Foundation (grant No. 14-12-01235).

Литература:

1. A.W. DeSilva, A.D. Rakhel, “Progress in Measurements of the Electrical Conductivity of Metal Plasmas”, *Contrib. Plasma Phys.*, Vol. 45, 236-242 (2005).
2. A.L. Khomkin, A.S. Shumikhin, “Electrical conductivity of warm dense matter: electron jellium – new gas-plasma component”, *Mathematica Montisnigri*, Vol. 39, 110-116 (2017).
3. A.L. Khomkin, A.S. Shumikhin, “Transition from gas-kinetic to minimal metal-type conductivity in a supercritical fluid of metal vapor”, *JETP*, Vol. 124, 1001-1009 (2017).
4. D. Li et al., “Quantum molecular dynamics study of expanded beryllium: Evolution from warm dense matter to atomic fluid”, *Sci. Rep.*, Vol. 4, 5898-5905 (2015).

АТОМИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МЕДИ В ШИРОКОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ДИАПАЗОНЕ

В.И. Мажукин, М.М. Демин, А.А. Алексашкина

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

e-mail: vim@modhef.ru

Метод молекулярной динамики используется для расчета термодинамических свойств меди [1]. Определяются зависимости от давления температуры и теплоты плавления и зависимости от температуры теплоемкости, коэффициента линейного расширения и плотности. Также определяются параметры критической точки (температура, плотность и давление). Проводится сравнение полученных зависимостей с экспериментом [2] и другими расчетами [3]. Найденные зависимости могут быть далее использованы как входные данные континуальной модели импульсного лазерного нагрева вещества [4].

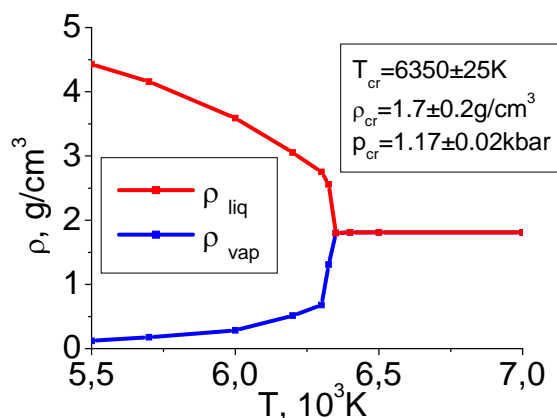


Рис. 1. Плотность жидкости и пара

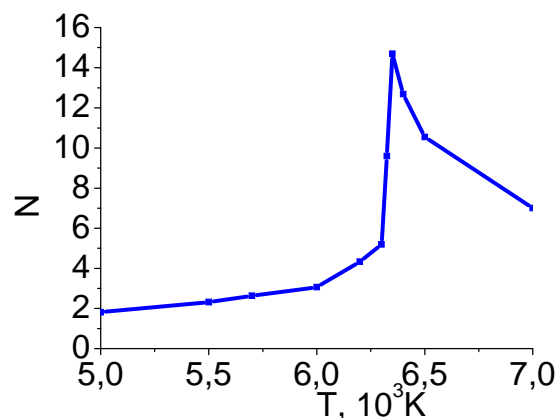


Рис.2. Количество атомов в кластере

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФ, проект № 18-11-00318.

Литература:

1. V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.A. Aleksashkina, "Atomistic modeling of thermophysical properties of copper in the region of the melting point", *Matematica Montisnigri*, 41, 99-111 (2018)
2. J.A. Cahill, A.D. Kirshenbaum, "The density of liquid copper from its melting point (1356K) to 2500K and an estimate of its critical constants", *J. Phys. Chem.*, 66 (6) 1080–1082 (1962)
3. V.I. Mazhukin, A.A. Samokhin, A.V. Shapranov, M.M. Demin, "Modeling of thin film explosive boiling-surface evaporation and electron thermal conductivity effect", *Mater. Res. Express*, 2, 016402 (2015)
4. V.I. Mazhukin, A.A. Samokhin, M.M. Demin, A.V. Shapranov, "Explosive boiling of metals upon irradiation by a nanosecond laser pulse", *Quantum Electronics*, 44 (4) 283 – 285, (2014).

ATOMISTIC MODELING OF THERMOPHYSICAL PROPERTIES OF COPPER IN WIDE TEMPERATURE RANGE

V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.A. Aleksashkina

Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia
e-mail: vim@modhef.ru

The molecular dynamics method is used to calculate the thermodynamic properties of copper [1]. The pressure dependences of temperature and heat of melting and the temperature dependence of specific heat, coefficient of linear expansion and density are calculated. The parameters of the critical point (temperature, density and pressure) are also determined. The obtained dependences are compared with experiment [2] and other calculations [3]. The dependences found can be further used as inputs to the continuum model of pulsed laser heating of matter [4].

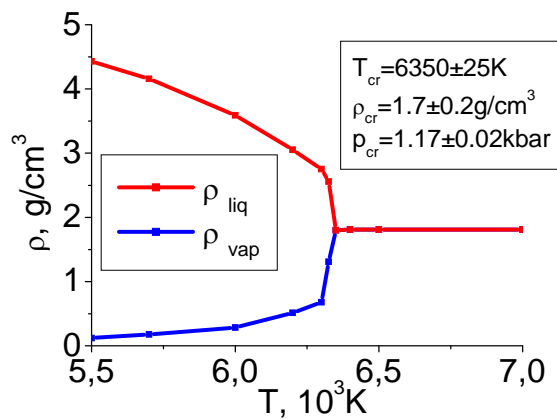


Fig. 1. The density of liquid and vapor

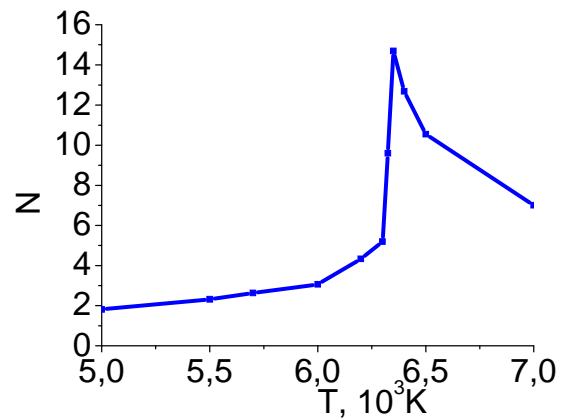


Fig.2. The number of atoms in a cluster

Acknowledgements: This work was supported by RSF (project № 18-11-00318).

References:

1. V.I. Mazhukin, M.M. Demin, A.A. Aleksashkina, “Atomistic modeling of thermophysical properties of copper in the region of the melting point”, *Matematica Montisnigri*, 41, 99-111 (2018)
2. J.A. Cahill, A.D. Kirshenbaum, “The density of liquid copper from its melting point (1356K) to 2500K and an estimate of its critical constants”, *J. Phys. Chem.*, 66(6), 1080–1082 (1962)
3. V.I. Mazhukin, A.A. Samokhin, A.V. Shapranov, M.M. Demin, “Modeling of thin film explosive boiling-surface evaporation and electron thermal conductivity effect”. *Mater. Res. Express*, 2, 016402 (2015)
4. V.I. Mazhukin, A.A. Samokhin, M.M. Demin, A.V. Shapranov, “Explosive boiling of metals upon irradiation by a nanosecond laser pulse”, *Quantum Electronics*, 44 (4), 283 – 285 (2014)

HYBRID MOLECULAR DYNAMICS – BETWEEN ATOMISTIC AND HYDRODYNAMIC SCALES

I.A. Korotkin¹, S.A. Karabasov¹, D.A. Nerukh²

¹*Queen Mary University of London, School of Engineering and Materials Science, Mile End, London, E1 4NS, UK*

²*Aston University, Systems Analytics Research Institute, Birmingham, B4 7ET, UK
i.korotkin@qmul.ac.uk*

Our novel methodology for modelling liquid molecular systems at very different space and time scales simultaneously with consistent transition between the scales is described. Regions of atomistic representation of the liquid of arbitrary shape and time evolution coexist with fluctuating hydrodynamics environment which in turn is coupled to macroscopic hydrodynamics at larger scales. In the model, the hydrodynamics description is used as an effective boundary condition to close the molecular dynamics solution without resorting to standard periodic boundary conditions. A nominally two-phase liquid model is considered as a representation of the same chemical substance. The ‘phases’ are immersed into each other as ‘fine grains’, the surface tension effects are irrelevant, and both ‘phases’ simultaneously occupy the same control volume. The partial concentrations of the MD ‘phase’ and the hydrodynamics ‘phase’ are equal to s and $1-s$, respectively, where s is a parameter of the model $0 \leq s \leq 1$. s is a user-defined function of space and time which controls how much atomistic information is required in a particular region of the simulation domain.

The approach was implemented in a popular Molecular Dynamics package GROMACS. It has been shown that the hybrid model can preserve important properties of the molecular part of the system (fluctuations of density and velocity, radial distribution and velocity autocorrelation functions) [1]. As an example, a small peptide and the protein shell of PCV2 virus are modelled at all-atom resolution, surrounded by a layer of atomistic water (any model of water such as TIP3P, SPC, etc can be used) that gradually changes to hydrodynamic continuum away from the peptide or virus. For the problem of peptide diffusion in water, the method has allowed obtaining the value of diffusion coefficient which is very close to that one of the reference all atom simulation [2]. For the virus in water problem, the method has preserved the structure of the virus capsid despite a relatively thin layer of molecular water around the proteins constituting the capsid [3].

References:

1. I. Korotkin, S. Karabasov, D. Nerukh, A. Markesteijn, A. Scukins, V. Farafonov, E. Pavlov, “A hybrid molecular dynamics/fluctuating hydrodynamics method for modelling liquids at multiple scales in space and time”, *J. Chem. Phys.*, 143, 014110 (2015).
2. I. Korotkin, D. Nerukh, E. Tarasova, V. Farafonov, S. Karabasov, "Two-phase flow analogy as an effective boundary condition for modelling liquids at atomistic resolution", *J. Comp. Sci.*, 17, 446–456 (2016).
3. E. Tarasova, I. Korotkin, V. Farafonov, S. Karabasov, D. Nerukh, "Complete virus capsid at all-atom resolution: Simulations using molecular dynamics and hybrid molecular dynamics/hydrodynamics methods reveal semipermeable membrane function", *J. of Molecular Liquids*, 245, 109–114 (2017).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КРЕМНИЯ В ОБЛАСТИ ПЛАВЛЕНИЯ

О.Н. Королева, А.В. Мажукин

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Россия, Москва

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Россия, Москва

Получены равновесные свойства кристаллического и расплавленного кремния в температурной области, связанной с плавлением и кристаллизацией с помощью молекулярно-динамического моделирования (МДМ). Определены барические зависимости удельной теплоты плавления $L_m(P)$ и равновесной температуры плавления $T_m(P)$, являющейся границей равновесия двух фаз кремния – твердой и жидкой. Определены также температурные зависимости плотности $\rho(T)$, линейного размера образца $L(T)$, коэффициента линейного расширения $\alpha(T)$, энтальпии $H(T)$, теплоемкости решетки $C_{lat}(T)$. МДМ проводилось с потенциалами Стиллинджера–Вебера (SW) и KINS. Результаты моделирования показали, что на фазовом переходе плавление–кристаллизация ($T=T_m$) свойства кремния изменяются скачком. В окрестности точки фазового перехода все свойства кристаллического кремния претерпевают качественные изменения и существенно отличаются от аналогичных характеристик металлов. Процесс плавления кремния, в отличие от металлов, приводит к существенному увеличению плотности $\rho(T)$ (рис.1а), коэффициента линейного расширения $\alpha(T)$ (рис.1б), уменьшению линейного размера $L(T)$.

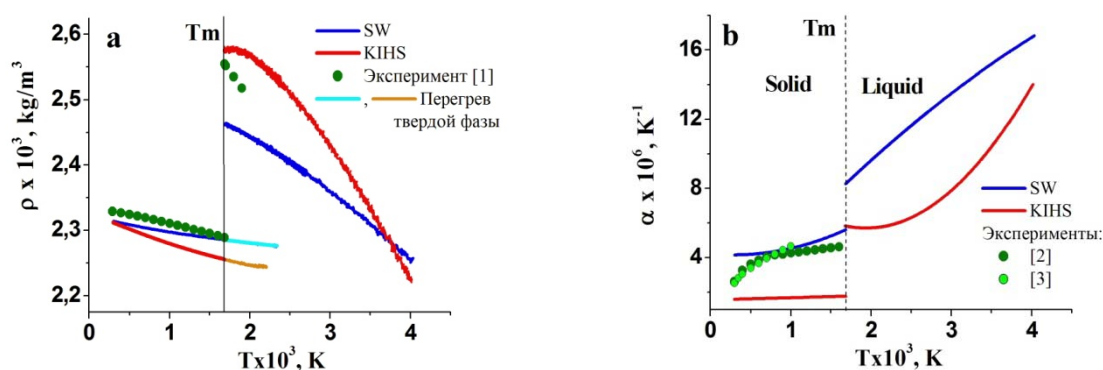


Рис. 1. Температурные зависимости по результатам МДМ и данные эксперимента (а) плотности кремния $\rho(T)$, (б) коэффициента линейного расширения $\alpha(T)$.

В твердой и жидкой фазах с увеличением температуры происходит рост энтальпии $H(T)$. В отличие от металлов, теплоемкость решетки кремния $C_{lat}(T)$ в твердой фазе с ростом температуры увеличивается, на фазовом переходе ($T=T_m$) скачком уменьшается, после чего в жидкой фазе снова увеличивается. Полученные зависимости свойств кремния аппроксимированы полиномами невысоких степеней. Сравнение рассчитанных характеристик с данными экспериментов показало приемлемое качественное и количественное совпадение.

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФ, проект № 18-11-00318.

Литература:

1. СВ. Станкус, Р.А. Хайрулин, П.В. Тягельский, “Термические свойства германия и кремния в конденсированном состоянии”, *ТВТ*, 37 (4), 559-564 (1999).
2. R. Hull. “Properties of Crystalline Silicon”, *London : INSPEC, the Institution of Electrical Engineers*, 1042 (1999).
3. Шелудяк Ю.Е., Кашпоров Л.Я., Малинин Л.А., Цалков В.Н. Теплофизические свойства компонентов горючих систем, Справочник. М. (1992).

MODELING OF THE SILICON THERMOPHYSICAL PROPERTIES IN THE REGION OF MELTING

O.N. Koroleva, A.V. Mazhukin

*Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Russia, Moscow
National Research Nuclear University MEPhI, Russia, Moscow*

Equilibrium properties of crystalline and molten silicon in the temperature region of melting and crystallization by molecular dynamics modeling (MDM) are obtained. The pressure dependences of the specific heat of melting $L_m(P)$ and the equilibrium melting point $T_m(P)$, which is the equilibrium boundary between two phases of silicon, solid and liquid, are determined. The temperature dependences of the density $\rho(T)$, the linear dimension of the sample $L(T)$, the linear expansion coefficient $\alpha(T)$, the enthalpy $H(T)$, and the heat capacity of the lattice $C_{lat}(T)$ are also determined. MDM was carried out with the potentials of Stillinger-Weber (SW) and KIHS. The simulation results showed that the silicon properties change by jump at the melting-crystallization phase transition ($T=T_m$). In the vicinity of the phase transition point, all the properties of crystalline silicon has qualitative changes and differ significantly from those of metals. The melting process of silicon, unlike metals, leads to a significant increase in the density $\rho(T)$ (Fig. 1a), the linear expansion coefficient $\alpha(T)$ (Fig. 1b), and the linear dimension $L(T)$.

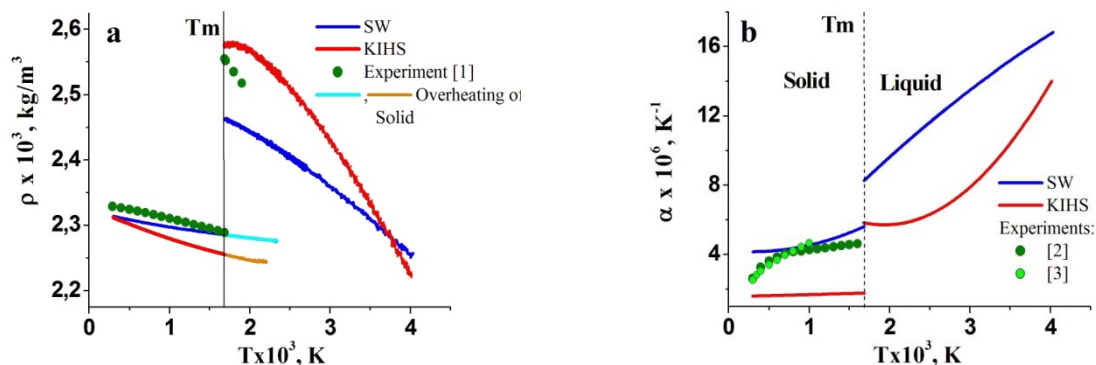


Figure 1. Temperature dependences of the MDM results and the experimental data of the (a) silicon density $\rho(T)$, (b) coefficient of linear expansion $\alpha(T)$.

In the solid and liquid phases, the enthalpy $H(T)$ increases with increasing temperature. Unlike metals, the heat capacity of the silicon lattice $C_{lat}(T)$ in the solid phase increases with increasing temperature, it decreases by jump at the phase transition ($T = T_m$), after which it again increases in the liquid phase. The obtained dependences of the properties of silicon are approximated by polynomials of low degrees. Comparison of the calculated characteristics with the experimental data showed an acceptable qualitative and quantitative coincidence.

Acknowledgements: This work was supported by RSF (project № 18-11-00318).

References:

1. S.V. Stankus, R.A. Hai`rulin, P.V. Tiagel`skii`, "Termicheskie svoi`stva germaniia i kremniia v kondensirovannom sostoianii", TVT, 37 (4), 559-564 (1999).
2. R. Hull. "Properties of Crystalline Silicon", London : INSPEC, the Institution of Electrical Engineers, 1042 (1999).
3. Iu.E. Sheludiak, L.Ia. Kashporov, L.A. Malinin, V.N. Tcalkov, "Teplofizicheskie svoi`stva komponentov goriuchikh system", Spravochnik, M. (1992).

**ПРЯМОЕ МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДВИЖЕНИЯ НИКЕЛЕВОГО НАНОКЛАСТЕРА В ПОТОКЕ АЗОТА**

В.О. Подрыга^{1,2,3}, С.В. Поляков^{1,4}

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Россия, Москва, Миусская пл., 4

²НИЦ “Курчатовский институт”, 123182, Россия, Москва, пл. Академика Курчатова, 1

³МАДИ, 125319, Россия, Москва, Ленинградский пр., 64

⁴НИЯУ МИФИ, 115409, Россия, Москва, Каширское шоссе, 31

pvictoria@list.ru

В настоящее время интенсивно развивающимся научным направлением является изучение свойств поверхностей различных материалов на микро- и наномасштабах. В рамках этого направления актуальными задачами являются исследование и развитие различных способов создания поверхностей с заданными свойствами с помощью технологий газодинамического напыления [1, 2]. Одной из причин внимания к этому производственному процессу является его относительная технологическая простота и широкое поле конкретных промышленных приложений. На данный момент практически пройден этап создания методами напыления сплошных микро- и нанопокровов в целях упрочнения конструкционных материалов, и стала более интересна технология формирования на подложке определенного рисунка или маски, состоящей из нескольких десятков наночастиц. Точечная технология напыления требует от соответствующих установок высокой управляемости процессом и высокой точности формирования масок. Задача моделирования разгона металлических наночастиц сверхзвуковым потоком газа имеет целью определить управляющие факторы данного процесса. Разгонная стадия в натурном эксперименте используется для сообщения наночастицам заданной постоянной скорости при отсутствии вращений вокруг их центров инерции. Обеспечение именно таких условий увеличивает вероятность прилипания наночастиц к определенным местам горячей подложки.

Данная работа посвящена моделированию движения металлической наночастицы в потоке газа. В качестве метода исследования использовалось прямое молекулярно-динамическое моделирование [3], что позволило получить информацию о моделируемом процессе на атомарном уровне детализации. В качестве модельной задачи был рассмотрен процесс разгона никелевого нанокластера кубической формы сверхзвуковым потоком азота. Процесс исследовался при низких и комнатных температурах (100-350 К). Целью моделирования состояла в воспроизведении реального процесса разгона с учетом внутреннего состояния нанокластера.

Благодарности: Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты №№ 16-29-15095-офи_м, 17-01-00973-а, 16-07-00206-а.

Литература:

1. E. Irissou, J.-G. Legoux, A.N. Ryabinin, B. Jodoin, C. Moreau, “Review on Cold Spray Process and Technology: Part I - Intellectual Property”, *J. Therm. Spray Tech.*, 17(4), 495-516 (2008)
2. А.П. Алхимов, С.В. Клинков, В.Ф. Косарев, В.М. Фомин, “Холодное газодинамическое напыление. Теория и практика”, Физматлит, Москва (2010)
3. M.P. Allen, D.J. Tildesley, “Computer Simulation of Liquids”, Oxford Univ. Press, Oxford (1989)

DIRECT MOLECULAR-DYNAMIC MODELING OF NICKEL NANOCLUSTER MOTION IN NITROGEN FLOW

V.O. Podryga^{1,2,3}, S.V. Polyakov^{1,4}

¹*Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, 125047, Russia, Moscow, Miusskaya sq., 4*

²*NRC "Kurchatov Institute", 123182, Russia, Moscow, Akademika Kurchatova sq., 1*

³*MADI, 125319, Russia, Moscow, Leningradsky pr., 64*

⁴*NRNU MEPhI, 115409, Russia, Moscow, Kashirskoe shosse, 31
pvictoria@list.ru*

At present, the intensively developing scientific direction is the study of the properties of various materials surfaces on the micro- and nanoscales. Within the framework of this trend, the relevant tasks are the investigation and development of different ways for creating the surfaces with given properties using a gas-dynamic spraying technology [1, 2]. One of the reasons for the attention to this production process is its relative technological simplicity and another one is a wide field of specific industrial applications. At the moment, the stage of creating the continuous micro- and nanocoatings for the purpose of hardening structural materials has been practically completed, and the technology of forming on a substrate a certain pattern or mask consisting of several dozen nanoparticles became more interesting. Spot technology of sputtering requires from the appropriate installations a high process controllability and high accuracy of forming masks. The problem of modeling the acceleration of metal nanoparticles by a supersonic gas flow is to determine the control factors of this process. The accelerating stage in the full-scale experiment is used to obtain a given constant velocity by nanoparticles in the absence of rotations around their centers of inertia. Providing just such conditions increases the probability of nanoparticles sticking to certain places of the hot substrate.

This work is devoted to modeling the motion of a metallic nanoparticle in a gas flow. Direct molecular dynamics simulation [3] was used as the research method, which made it possible to obtain information about the modeled process at the atomic level of detail. The process of accelerating the nickel nanocluster of a cubic shape by the supersonic nitrogen flow was considered as a model problem. The process was studied at low and room temperatures (100-350 K). The purpose of the modeling was to reproduce the real acceleration process taking into account the internal state of the nanocluster.

Acknowledgements: The work was supported by Russian Foundation for Basic Research, projects no. 16-29-15095-ofi_m, 17-01-00973-a, 16-07-00206-a.

References:

1. E. Irissou, J.-G. Legoux, A.N. Ryabinin, B. Jodoin, C. Moreau, "Review on Cold Spray Process and Technology: Part I - Intellectual Property", *J. Therm. Spray Tech.*, 17(4), 495-516 (2008)
2. A. Papyrin, V. Kosarev, S. Klinkov, A. Alkhimov, V. Fomin, "Cold Spray Technology", Elsevier Science, Amsterdam (2007)
3. M.P. Allen, D.J. Tildesley, "Computer Simulation of Liquids", Oxford Univ. Press, Oxford (1989)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СВЕРХЗВУКОВОГО СТОЛКНОВЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ОБЛАКОВ

Рыбакин Б.П.¹

¹ ФНЦ ФГУ НИИСИ РАН, МГУ им. М.В.Ломоносова, Российская Федерация, Москва
rybakin@vip.niisi.ru

В работе построена математическая модель и параллельная трехмерная программа для моделирования процесса сверхзвукового столкновения молекулярных облаков (МО). Столкновения МО являются одними из основных механизмов, которые запускают процессы образования новых звезд и звездных скоплений. Моделирование осуществлялось по трем разным сценариям. Изучались эффекты возникновения сверхплотных протоядер, рост и изменения их масс при центральном и нецентральном ударе. Кроме того, изучалась морфология изменения плотности и образования осцилляций, происходящих на границе между взаимодействующими облаками с различными законами изменения плотности по радиусу.

Образование сверхплотных сгустков, возникающих в результате столкновения молекулярных облаков является интересным механизмом, который позволяет объяснить возникновение новых звезд. Эти плотные сгустки являются гравитационно неустойчивыми по Джинсу и являются предшественниками новых звезд и звездных скоплений. Термического давления в МО, недостаточно для предотвращения гравитационного коллапса.

Результаты расчетов показали, что взаимное столкновение МО приводит к образованию на поверхности соударения сверхплотной области, в которой постоянно формируется все более плотные сгустки газа. На оболочках обоих МО появляются небольшие нерегулярные пульсирующие структуры, возникающие из-за неустойчивости типа Рэ-ля-Тейлора. Сильные ударные волны появляются на границе между облаками, образуя тонкий плотный диск из сжатого газа. Внутри этого диска структура пульсаций в тонких поверхностных оболочках усиливается из-за неустойчивости тонкой оболочки, при этом тонкая оболочка ограничена с обеих сторон продолжающимся сжатием и ускоряется непрерывным движением облаков [1]. Плотность этих сгустков превосходит начальную плотность на несколько порядков, что приводит к формированию гравитационно неустойчивых областей.

Для проведения расчетов был разработан параллельный алгоритмы решения задач нестационарной газодинамики [1]. Для ускорения расчетов была использована технология OpenMP для CPU. В расчетах используется авторская параллельная программа. Настройка производительности параллельного кода выполнялась с помощью Intel VTune Amplifier XE

Благодарности. Авторы благодарят за поддержку Программу Президиума №26, проект 7.

Литература

1. B. Rybakin, V. Goryachev. Modeling of density stratification and filamentous structure formation in molecular clouds after shock wave collision. *Computers and Fluids*, Pergamon Press Ltd., (2018), DOI: 10.1016/j.compfluid.2018.03.009

THE OPTIMIZATION OF THE COMPUTATIONAL LOAD OF CPU AND GPU IN THE SUPERCOMPUTING THE PHOTON-ELECTRON CASCADE IN MATTER

Roman V. Uskov, Mikhail V. Alekseev, Mikhail E. Zhukovskiy
Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS; Moscow, Russia
roman.uskov@gmail.com

The Monte Carlo computing the photon-electron cascade is based on building the random trajectories of the cascade particles [1]. Simulating the trajectory of different particles requires very different amount of computing resources. The basic principle of the computational load distribution between CPU and GPU is to carry out computing needing high calculation load on GPU and low one on CPU. The modeling of photons trajectories can be conditionally split into two parts – geometrical part and physical one. The analysis of computational load shows the geometrical component of the algorithm (tracing the object and determination of the intersection points between trajectory and homogeneous parts of the object) requires huge of arithmetical calculations and therefore it is performed using GPU. Vice versa physical calculations (simulating the interaction acts between photon and atom) is made on CPU. Construction of all parts of electron trajectories except for exchange operations is carried out on GPU because of huge amount of collisions between electron and matter.

The software of the simulating the interaction between cascade particles and matter of the complex technical object by use of the hybrid calculating cluster (HCC) is developed. HCC involves a number of nodes. Every node includes CPU and GPU. Distribution of computing between nodes is carried out by application of MPI. Data exchange does only happen between node at the beginning and at the end of simulation. Therefore, MPI parallelization is scaled up almost infinitely. The GPU utilization and the calculation distribution between CPU and GPU within a single node are performed by means of CUDA. An approach to GPU utilization is not obvious. Every kernel is written by the author of the software as no GPU solutions are exist in the problem in question. The developed parallel software is installed on the prototype of the exascale system HCC K-100 (<http://www.kiam.ru/MVS/resources/k100.html>).

Acknowledgments: This work is partially supported by Russian Fund for Basic Researches, grants N 17-01-00301 and N 18-01-00582.

References:

1. M. E. Zhukovskiy and R. V. Uskov. Hybrid Parallelization of the Algorithms of Radiation Cascade Transport Modelling. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2015, Vol. 7, No. 6, pp. 601–610

RARE-EARTH IONS DOPED CALCIUM ALUMINATE GLASSES

B.I.Denker¹, B.I.Galagan¹, S.E.Sverchkov¹, V.V.Velmiskin²
¹*A.M.Prokhorov General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia*
²*Fiber Optics Research Center of RAS, Moscow, Russia*
e-mail: denker@lst.gpi.ru

I.Introduction. Glasses based on CaO-Al₂O₃ system (calcium aluminate glasses, CAGs) are relatively new materials that have already found their place in optical industry. Their attractive features are high infrared transmittance (up to 5.6 μm) combined with excellent mechanical properties and thermal conductivity (exceeding those of fused silica) and excellent moisture resistance. In contrast to silica, these glasses can easily include up to 3.5% mole of lanthanide oxides. Here we demonstrate the luminescent and laser properties of activated CAGs in the spectral range where these glasses seem the most competitive - 2.2.5 μm . Two lanthanide ions – Tm³⁺ and Ho³⁺ have optical transitions in this range.

II.Glass samples fabrication. The developed laboratory procedure of CAG synthesis differed from the methods used elsewhere. The main feature of this procedure is the use of inductively heated vitreous carbon crucibles. Dry rarefied nitrogen atmosphere has made it possible to obtain glass samples with OH-groups absorption at $\sim 3 \mu\text{m}$ less than 0.005 cm⁻¹.

III.Spectral peculiarities of Tm³⁺ and Ho³⁺ in CAG. The emission spectra presented in Fig.1 were measured using laser diode excitation at 800 nm (for Tm) and 668 nm (for Ho). In comparison to other oxide or fluoride glasses, the presented spectra look rather unusual due to enhanced width and red shift, especially for Tm³⁺ 3F₅-3H₆ transition, that extends up to $\sim 2.4 \mu\text{m}$ and overlaps with $\sim 2.3 \mu\text{m}$ 3H₄ – 3H₅ transition. Thus, the total tuning range of Tm-doped CAG laser can extend from ~ 1.9 to $\sim 2.4 \mu\text{m}$ that is hardly possible in any other type of glass.

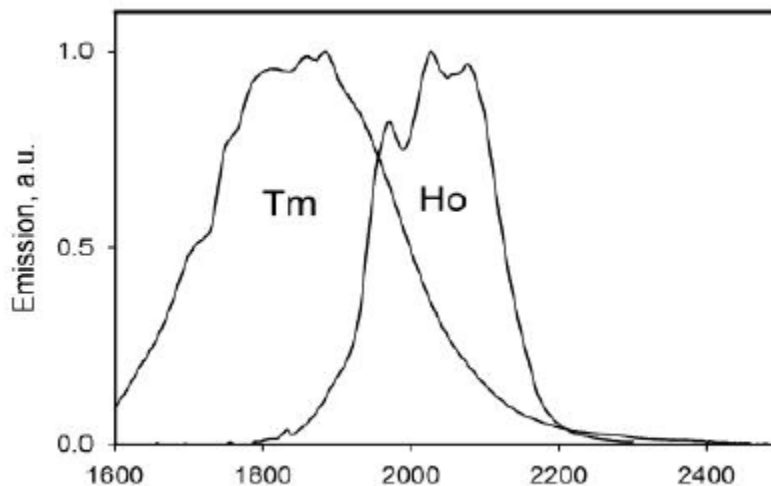


Fig.1 Emission spectra of Tm³⁺ and Ho³⁺ in CAG

Tm³⁺ was pumped by a pulsed ruby laser (incident pump pulse energy up to 0.7 J). In case of $\sim 0.5\%$ out coupling cascade lasing at 2300 and 2100 nm was observed.

The measurements of luminescent lifetimes of metastable manifolds ³H₄ (220 μs), ³F₅(2500 μs) Tm³⁺ and ⁵I₇(10000 μs) Ho³⁺ in CAG have showed that they are an order of magnitude longer in CAG than in silica, enabling to create low-threshold lasers.

IV.Bulk CAG lasing demonstration and CAG core fiber fabrication. A 30 mm long flat-parallel polished CAG sample doped with 10²⁰ cm⁻³

The investigation was supported by RFBR grant 17-02-00369.

СИНТЕЗ, СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ И ЛАЗЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОНОКРИСТАЛЛОВ $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}/\text{Ho}^{3+}$

Л.И. Ивлева, М.Е. Дорошенко, И.С. Воронина, Е.Е. Дунаева

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, 119991, ул. Вавилова, 38

e-mail: ivleva@lst.gpi.ru

Интерес к твердотельным лазерам 2 мкм диапазона связан с широкими возможностями их применения в медицине, биологии, мониторинге окружающей среды. В настоящей работе исследована новая активная среда для лазеров двухмикронного диапазона, а именно монокристаллы $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2$, легированные ионами Tm^{3+} . Ортованадат кальция является высокотемпературным сегнетоэлектриком и относится к средам с разупорядоченной структурой. Кристалл обладает высокими нелинейно-оптическими свойствами и может быть использован как для генерации второй гармоники, так и для преобразования лазерного излучения за счет эффекта вынужденного комбинационного рассеяния, что при легировании РЗ ионами дает возможность создания в данном материале лазерно-нелинейной среды.

Номинально чистые и легированные тулием/гольмием кристаллы $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2$ были получены методом Чохральского из платиновых тиглей на воздухе. При выращивании кристаллов $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}$ концентрация Tm_2O_3 в расплаве варьировалась от 0.1 до 2 вес.%. Кристалл $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}/\text{Ho}^{3+}$ был получен из расплава, содержащего 2 вес.% Tm_2O_3 и 0.7 вес.% Ho_2O_3 . Оптимальная объемная скорость кристаллизации снижалась от 1.2 см³/ч до 0.5 см³/ч с увеличением концентрации активатора. Полученные кристаллы (d=20мм, L= 50мм) были оптически однородными ($\Delta n = 5 \times 10^{-5}$). Номинально чистые кристаллы имели окраску от слабо-лимонной до ярко-желтой. Исследование химического состава окрашенных образцов показало, что соотношение основных элементов в образцах соответствует стехиометрическому составу. Вариации окраски связаны с присутствием в кристаллах кислородных вакансий и наличием ионов ванадия с пониженной валентностью V^{4+} . Отжиг кристаллов на воздухе при температуре 800-850°C позволяет снизить интенсивность желтой окраски. Присутствие ионов тулия в матрице приводит к появлению зеленой окраски, введение дополнительно ионов гольмия усиливает желтоватый оттенок. Эффективный коэффициент распределения тулия в данной матрице согласно энерго-дисперсионному микроанализу составляет 0.8. При введении в матрицу одновременно двух допантов Tm^{3+} и Ho^{3+} эффективный коэффициент распределения первого снижается до 0.7, второго составляет 0.9.

Спектры оптического поглощения кристаллов характеризуются наличием специфических для ионов тулия/гольмия полос поглощения, интенсивность которых линейно возрастает с ростом концентрации активатора. Неполяризованный спектр люминесценции ионов тулия на переходе $^3\text{F}_4\text{-}^3\text{H}_6$ имеет максимум на длине волны около 1850 нм при ширине спектра на полувысоте порядка 150 нм. При накачке $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}$ (2%) стандартным лазерным диодом с длиной волны 795 нм была получена лазерная генерация на длине волны 1972 нм. В кристалле, соактивированном ионами тулия (2%) и гольмия (0.7%) при накачке в полосу поглощения ионов тулия 795 нм была получена генерация ионов гольмия на длине волны 2070 нм. Для выходного зеркала с пропусканием 0.3% дифференциальный КПД генерации составил около 3%. Генерация ионов тулия в этом случае не наблюдалась.

**SYNTHESIS, SPECTROSCOPIC AND LASER PROPERTIES OF
 $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}/\text{Ho}^{3+}$ SINGLE CRYSTALS**

L.I. Ivleva, M.E. Doroshenko, I.S. Voronina, E.E. Dunaeva

*Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, 119991 Moscow, Vavilov
str.38*

e-mail: ivleva@lst.gpi.ru

Solid-state lasers of 2- μm range is interesting due to their possibility of wide application in medicine, biology, environment monitoring. Large number of materials was investigated as effective laser host media, e.g. thulium ions generation was obtained in YAlO_3 , GSGG , Y_2O_3 , SrMoO_4 crystals. This work is concerned with new active medium for 2- μm range lasers, $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2$ single crystals doped with Tm^{3+} and $\text{Tm}^{3+}+\text{Ho}^{3+}$. Calcium orthovanadate is a high-temperature ferroelectric and refers to disordered structure media. $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2$ can be effective medium for diode-pumped lasers. This crystal possesses high nonlinear-optical properties and can be used as for second harmonic generation as for Raman shifting of laser radiation. RE doping makes this material laser and nonlinear medium simultaneously.

Nominally pure and doped with holmium/thulium crystals were grown by Czochralski method from Pt crucibles in the air. For $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}$ crystal growth Tm_2O_3 concentration in the melt was varied from 0.5 to 2wt.%. $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}/\text{Ho}^{3+}$ crystal was obtained from the melt of 2wt.% Tm_2O_3 and 0.7wt.% Ho_2O_3 . The bulk crystallization rate was lowered from 1.2 to 0.5 cm^3/h during increase of dopant concentration in the melt. The $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2$ crystals obtained ($d=20\text{mm}$, $L=50\text{mm}$) had a color from slightly lemon to bright yellow and were optically homogeneous ($\Delta n = 5 \times 10^{-5} \text{cm}^{-1}$). Chemical composition of as-grown crystals was investigated by X-ray microanalysis. It was shown that V/Ca ratio in the samples corresponds to stoichiometric composition (within the measurement error). Color variations in the crystals are associated with the lack of oxygen and the presence of vanadium ions with lowered valence V^{4+} . Annealing of the crystals in the air at 800-850°C allows to reduce the coloration intensity. Presence Tm^{3+} ion in the $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2$ matrix leads to green coloration of the crystal, Ho^{3+} ions adding increases yellow color. According to energy dispersive microanalysis the effective segregation coefficient of Tm^{3+} is 0.8. In the case of $\text{Tm}^{3+}/\text{Ho}^{3+}$ co-doping effective segregation coefficient for Tm^{3+} is 0.7, for Ho^{3+} -0.9.

Absorption spectra of the doped materials are characterized by the presence of specific absorption lines their intensity increases with increasing of dopant concentration. Unpolarized fluorescence spectrum of thulium ions for $^3\text{F}_4-^3\text{H}_6$ transition has maximum at 1850nm and 150 nm FWHM. Laser generation at wavelength of 1972 nm was observed for $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}(2\%)$ under standard laser diode pumping at 795 nm. For $\text{Ca}_3(\text{VO}_4)_2:\text{Tm}^{3+}(2\%)/\text{Ho}^{3+}(0.7\%)$ crystal laser generation of Ho^{3+} ions was obtained at wavelength of 2070 nm under pumping by laser diode at 795 nm (absorption band of Tm^{3+} ions). Slope efficiency was 3% for the transmittance of the output mirror of 0.3%. In this case laser generation of thulium ions wasn't observed.

CONTRIBUTION OF ANGULAR OPTICAL OBSERVATIONS TO THE NAVIGATION OF SPECTR-R SPACECRAFT

G.K.Borovin, I.E.Molotov, V.A.Stepanyants, A.G.Tuchin, G.S.Zaslavsky, M.V.Zakhvatkin

*Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia
borovin@keldysh.ru*

Space observatory “Spectr-R” being the main part of the international astrophysical project “Radioastron” has been launched in 2011 from Baikonur spaceport by means of “Zenit-3F” rocket and “Fregat-SB” upper stage. The spacecraft has been launched into highly perturbed eccentric orbit with an apogee height comparable with the Earth-Moon distance. Up for now the spacecraft performs its main scientific task – the observation of galactic and extra-galactic radio sources in conjunction with the greatest Earth-based radio telescopes.

Observations processing of the ground-space interferometer demands highly accurate knowledge of the parameters of the baseline, which connects the spacecraft with an Earth-based radio telescope, thereby requiring accurate navigation of the spacecraft. Ballistic and navigation support of the “Spectr-R” spacecraft is being successfully conducted by Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS for 7 years by now. During this time the spacecraft performed two trajectory correction maneuvers aimed to prolong orbital lifetime and to improve shadowing conditions. Numerous successfully processed experiments with “Radioastron” quantitatively confirmed high accuracy of the spacecraft navigation.

Particularly interesting the participation of angular observations of right ascension and declination of the spacecraft in navigation for both routing operations and scientific experiments. During the mission “Spectr-R” spacecraft has been observed by more than 50 telescopes resulting in 45000 pairs of right ascension and declination, the observations were coordinated by KIAM RAS. Intensive observational campaign allowed to significantly improve routine navigation of the spacecraft and increase the accuracy of orbit reconstruction for scientific experiments. This paper describes in details the result of optical observations, the assessments of their accuracy and how use of additional angular data improves orbit determination accuracy for both routine operations and interferometric experiments.

**ВКЛАД ОПТИЧЕСКИХ АСТРОМЕТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ В
НАВИГАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОЛЁТА КА «СПЕКТР-Р»**

Г.К.Боровин, И.Е.Молотов, В.А.Степаньянц, А.Г.Тучин, Г.С.Заславский, М.В.Захваткин
ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, г.Москва, Россия
borovin@keldysh.ru

Космическая обсерватория «Спектр-Р», составляющая основу международного астрофизического проекта «Радиоастрон», была запущена в 2011 году с космодрома Байконур при помощи ракеты носителя «Зенит -3Ф» и разгонного блока «Фрегат-СБ». Космический аппарат (КА) был выведен сильно эволюционирующую эллиптическую орбиту с высотой апогея, сопоставимой с расстоянием до Луны. По настоящее время КА выполняет свою основную научную функцию – наблюдение галактических и внегалактических радио источников совместно с крупнейшими наземными радиотелескопами в режиме интерферометра.

Обработка наблюдений наземно-космического интерферометра предъявляет высокие требования к точности знания параметров базовой линии, соединяющей КА с наземным радиотелескопом, что эквивалентно также требованиям к навигационному обеспечению КА. Задача баллистико-навигационного обеспечения (БНО) полета КА «Спектр-Р» успешно выполняется Институтом прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН на протяжении 7 лет. За это время было успешно проведено две коррекции орбиты, нацеленные на продление баллистического существования КА и улучшения светотеневой обстановки на борту. Многочисленные обработанные научные наблюдения «Радиоастроны» количественно подтвердили высокую точность навигации КА.

Отдельного внимания заслуживает привлечение оптических измерения прямого восхождения и склонения аппарата для навигационного обеспечения полета и научных экспериментов. За время полета при координации ИПМ КА «Спектр-Р» наблюдался более, чем на 50 различных телескопах, при этом было получено более 45000 измерений прямого восхождения и склонения. Интенсивная наблюдательная кампания позволила значительно улучшить точность оперативного определения орбиты аппарата, а также внести положительный вклад в навигационное обеспечение научных экспериментов. В настоящей работе описываются полученные результаты наблюдений, оценивается их точность, а также общий вклад в повышение точности навигации КА, используемой как в оперативных работах, так и при обработке измерений наземно-космического интерферометра.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ТРОСА В ИМИТАЦИОННО-ТРЕНАЖЕРНЫХ КОМПЛЕКСАХ

М.А. Торгашев, Е.В. Страшнов

ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Москва, Россия

E-mail: mix@niisi.ras.ru

Моделирование одномерных гибких тел (тросы, кабели, канаты, веревки и т.д., далее для краткости будем называть эти объекты тросами) является важной задачей в имитационно-тренажерных комплексах, предназначенных для моделирования и управления робототехническими средствами. Тросы используются для перемещения грузов (например, в лифтах), в мобильных роботах-кабелеукладчиках, в передаточных механизмах и т.д. В данной работе рассматриваются однородные нерастяжимые тросы, подверженные деформациям изгиба и кручения. Задача состоит в том, чтобы в режиме реального времени смоделировать динамику троса с точностью, позволяющей обеспечить физическую правдоподобность его поведения.

В данной работе трос аппроксимируется набором точек, определяющих его положение, и элементов между точками, задающих ориентацию троса с помощью кватернионов. Рассматривается математическая модель динамики троса, которая базируется на теории упругости Коссерата [1], изучающей деформацию упругих одномерных элементов.

Для реализации нерастяжимости троса предложен подход на основе метода множителей Лагранжа, введенных для обеспечения ограничений сохранения расстояния между соседними точками троса. Предлагаемое решение приводит к системе линейных уравнений с матрицей трехдиагонального вида относительно неизвестных значений множителей Лагранжа. Решение этой системы осуществляется методом прогонки.

Моделирование изгиба и кручения троса основывается на применении метода конечных элементов для аппроксимации потенциальной энергии деформации троса [2], сформированной относительно соседних элементов ориентации. Рассматриваемый подход приводит к восстанавливающим моментам, которые стремятся привести трос в недеформированное состояние.

Применение вышеизложенных методов на каждом шаге моделирования меняет направление касательного вектора к тросу. Для его восстановления формулируются специальные соотношения, выполнение которых осуществляется с помощью метода последовательных импульсов.

Визуализация троса реализуется с применением для его геометрии модификатора skin («кожа») и объектов костей, для которых задается степень их влияния на вершины геометрии троса. В этом случае деформация геометрии троса визуализируется на основе изменения положений и ориентаций его костей.

Предложенные методы и подходы для моделирования динамики и визуализации троса были реализованы и апробированы в имитационно-тренажерном комплексе для моделирования виртуальных роботов в сложной многообъектной среде.

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-07-01104).

Литература:

1. Antman S.S.: Nonlinear Problems of Elasticity. Springer Verlag, 2005.
2. J. Spillman, M. Teshner, CoRdE: Cosserat Rod Elements for the Dynamic Simulation of One-dimensional Elastic Objects, 2007.

DYNAMIC SIMULATION AND VISUALIZATION OF ROPES IN TRAINING COMPLEXES

M.A. Torgashev, E.V. Strashnov

Scientific Research Institute for System Analysis of RAS, Moscow, Russia

E-mail: mix@niisi.ras.ru

Simulation of one-dimensional elastic bodies (ropes, cables, threads, strings, etc., further, for the sake of brevity, we will call these objects as ropes) is an important task in training complexes designed for simulation and control of robotic means. Ropes are used for cargo transfer (for example, in elevators), in cable-laying mobile robots, in transmission mechanisms, etc. In this work we consider homogeneous inextensible ropes that may be deformed by bending and twisting. The challenge is to simulate real-time rope dynamics with an accuracy sufficient for physical plausibility of its behavior.

In this work, the rope is approximated by a set of points that define its position, and elements between points that determine its orientation with the help of quaternions. We consider a mathematical model of rope dynamics based on the Cosserat theory of elasticity [1] that studies the deformation of elastic one-dimensional elements.

To realize the rope inextensibility, we propose an approach based on the method of Lagrange multipliers introduced to ensure constant distance between adjacent points of the rope. The proposed solution leads to tridiagonal system of equations with respect to the unknown values of Lagrange multipliers. The solution of this system is realized by the tridiagonal matrix algorithm.

The simulation of rope bending and twisting is based on the application of the finite element method to approximate the potential strain energy of the rope [2] formed with respect to adjacent orientation elements. This approach leads to restitution moments, which tend to lead the rope into the undeformed state.

At each simulation step, the application of the above methods changes the direction of rope tangent vector. To restore it, special constraints are formulated, the implementation of which is performed using the sequential impulses method.

The visualization of the rope is realized by using the skin modifier for its geometry and bone objects for which the degrees of their influence on the rope geometry vertexes are specified. In this case, the rope geometry deformation is visualized on the basis of changes in the positions and orientations of its bones.

Proposed methods and approaches for dynamics simulation and visualization of the rope were implemented and tested in training complex designed for virtual robot simulation in a complex multi-body environment.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant No. 16-07-01104).

References:

1. S.S. Antman, “Nonlinear Problems of Elasticity”. Springer Verlag, 2005.
2. J. Spillman, M. Teshner, “CoRdE: Cosserat Rod Elements for the Dynamic Simulation of One-dimensional Elastic Objects”, 2007.

RECONSTRUCTION OF THE FUNCTIONAL STRUCTURE OF COMPLEX SYSTEMS BY THE MASSIVE SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEMS

Stanislav Rykunov¹, Ustinin Mikhail¹

¹*Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Vitkevich Str, 1, Pushchino, Russia, Moscow Region 142290
stanislavrykunov@gmail.com*

Investigation of various complex systems is based on multichannel measurements. We propose new approach to the multichannel data analysis, making it possible to reconstruct the structure and dynamics of complex systems. The approach is based on the extended registration of the time series and their Fourier transform for the whole time, leading to the detailed spectra with many frequency components. Further independent components analysis results in total decomposition of the signal into the set of coherent elementary oscillations, each of them having invariant field pattern. Due to the long time of measurement and detailed Fourier analysis, all patterns are rather simple and each of them can be explained by the solitary source. Parameters of such solitary source are estimated by the exhaustive search on the set of trial sources, distributed in space with desired resolution.

The proposed method of functional tomography was used to study human body by multichannel magnetic measurements, including brain, heart and muscles. Time of experiments was equal to 1-7 hundred of seconds, providing tens of thousands of frequencies. Two models of the field sources were used: current dipole and magnetic dipole. Spatial resolution was 1-3 mm, number of trial source directions was 8-72. Results were confirmed, when functional structure of the body parts was compared with the anatomical structure, such as magnetic resonance images. The method was also effective for the localization of magnetic nanoparticles without pre-magnetization or displacement of the sample. All theoretical conclusions are correct for any multichannel signal, meaning the applicability of the method for electric measurements.

Acknowledgements: The work was supported by Russian Science Foundation (project №18-11-00178)аиш.

References:

1. Polikarpov M.A., Ustinin M.N., Rykunov S.D., Yurenaya A.Y., Naurzakov S.P., Grebenkin A.P., Panchenko V.Y. 3D imaging of magnetic particles using the 7-channel magnetoencephalography device without pre-magnetization or displacement of the sample. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2017. 427. 139–143. doi: 10.1016/j.jmmm.2016.10.055
2. Llinás R.R., Ustinin M.N., Rykunov S.D., Boyko A.I., Sychev V.V., Walton K.D., Rabello G.M., Garcia J. Reconstruction of human brain spontaneous activity based on frequency-pattern analysis of magnetoencephalography data. *Frontiers in Neuroscience*. 2015.9. 373 doi: 10.3389/fnins.2015.00373

MOTION CONTROL OF A SPACE ROBOT

G.K.Borovin¹, V.V.Lapshin²

¹ *Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia
borovin@keldysh.ru*

² *Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
lapshin032@bmstu.ru*

A planar problem of motion control of a space robot consisting of a body and a telescopic manipulator arm (MA) is considered. To control its movement, only the actuators installed in the MA degrees of freedom are used. Thus, the movement of the robot is affected only by internal forces applied in the MA degrees of freedom. The problem is investigated on the basis of the conservation laws of robot's momentum and angular moment relative to the center of mass. It is assumed that they are equal to zero.

In contrast to [1-3], there are limitations both on the limits of the change in the length of the MA and the angle of its rotation relative to the body.

The algorithm of control of the MA during its motion from the initial position to the final one located in the working area consists of the sequence of the following alternating actions: shortening the MA length to the minimum value, turning the MA relative to the robot body, extending the MA length to the maximum value, then again turning the hand relative to the robot body etc. It is shown that due to these cyclic motions of the MA relative to the body, the robot body can be rotated to an arbitrary angle. As a result, the working space of a passively flying space robot is significantly larger than the working space of a robot with a fixed body. The working space of the robot in absolute space is a ring bounded by two circles centered at the center of mass of the robot and radii equal to the minimum and maximum distance from the center of mass of the robot to the grasp. Moreover, when constructing the program motion, it is possible to provide not only the output of the robot grasp to a given final position, but also the required (more advantageous for the work) value of the angle between the body and the MA in the final position.

Acknowledgments: This work was supported by the RFBR grant No. 16-01-00521.

References:

1. V.V. Lapshin, "Motion Control of a Robot in Zero-Gravity Conditions" *Izvestia RAN. Teoria i Sistemy Upravleniya*, № 1, 161-167 (2017).
2. V.V. Lapshin, "Robot Motion Control in Zero-Gravity Conditions" *J. Computers and System Sciences International*, Vol. 56. № 1, 157-163 (2017).
3. G.K. Borovin, V.V.Lapshin "About a Moution of Free-floating Space Robot", *Mathematica Montesnigri*, Vol. XXXIX, 67-78 (2017).

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО РОБОТА

Г.К.Боровин¹, В.В.Лапшин²

¹*ИИПМ им. М.В.Келдыша РАН, г.Москва, Россия
borovin@keldysh.ru*

²*МГТУ им. Н.Э.Баумана, г.Москва, Россия
lapshin032@bmstu.ru*

Рассматривается плоская задача управления движением космического робота, состоящего из корпуса и телескопической руки манипулятора (РМ). Для управления его движением используются только двигатели, установленные в степенях подвижности РМ. Тем самым, на движение робота влияют только внутренние силы, приложенные в степенях подвижности РМ. Исследование задачи проводится на основе законов сохранения количества движения и кинетического момента относительно центра масс. При этом предполагается, что они равны нулю.

В отличие от [1-3] имеются ограничения как на пределы изменения длины РМ так и угла ее поворота относительно корпуса.

Алгоритм управления РМ при переводе её из начального положения в конечное, расположенное в рабочей зоне, состоит из последовательности следующих чередующихся действий: укорочение руки до минимального значения, поворот РМ относительно корпуса робота, удлинение РМ до максимального значения, затем снова поворот руки относительно корпуса робота и т.д. Показано, что за счет этих циклических движений РМ относительно корпуса можно развернуть корпус робота на произвольный угол. В результате рабочая зона пассивно летящего космического робота оказывается существенно больше рабочей зоны робота с закрепленным корпусом. Рабочей зоной робота в абсолютном пространстве является кольцо, ограниченное двумя окружностями с центром в центре масс робота и радиусами, равными минимальному и максимальному расстоянию от центра масс робота до схвата. Более того, при построении программного движения можно обеспечить не только выход схвата робота в заданное конечное положение, но и требуемое (более выгодное для проведения работ) значение угла между корпусом и РМ в конечном положении.

Благодарности: работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-01-00521.

Литература:

1. В.В. Лапшин, "Управление движением робота в условиях невесомости" Известия РАН. ТиСУ, № 1, 161-167 (2017).
2. V.V. Lapshin, "Robot Motion Control in Zero-Gravity Conditions" J. Computers and System Sciences International, Vol. 56. № 1, 157-163 (2017).
3. Г.К. Боровин, В.В. Лапшин, "О движении космического робота при пассивном полете" Mathematica Montesnigri, Vol. XXXIX, 67-78 (2017).

MODELLING THE BOW SHOCK PULSAR WIND NEBULAE PROPAGATING THROUGH A NON-UNIFORM ISM

O.D. Toropina¹, M.M. Romanova², R.V.E. Lovelace²

¹*Space Research Institute, Profsoyuznaya 84/32, Moscow 117997, Russia*

²*Department of Astronomy, Cornell University, Ithaca, NY 14853-6801*

E-mail: toropina@iki.rssi.ru

Many pulsars propagate through the interstellar medium (ISM) with supersonic velocities, and their pulsar winds interact with the interstellar medium (ISM), forming bow shocks and magnetotails (PWN). We model the propagation of pulsars through the inhomogeneous ISM using non-relativistic axisymmetric magneto-hydrodynamic (MHD) simulations. We take into account the wind from the star, and the azimuthal and poloidal components of the magnetic field and investigate the PWN at different levels of magnetization (the ratio of magnetic to matter energy-densities) in the wind. We consider the interaction of PWN with small-scale and large-scale inhomogeneities in the ISM at different values of magnetization. We conclude that the inhomogeneities in the ISM can change the shapes of the bow shocks and magnetotails at different values of the magnetization. We compare the results of our simulations with the images of the Guitar Nebula and other PWN that show irregularities in the shapes of their bow shocks and magnetotails. We conclude that these irregularities may be caused by the interaction of PWN with the inhomogeneities in the ISM.

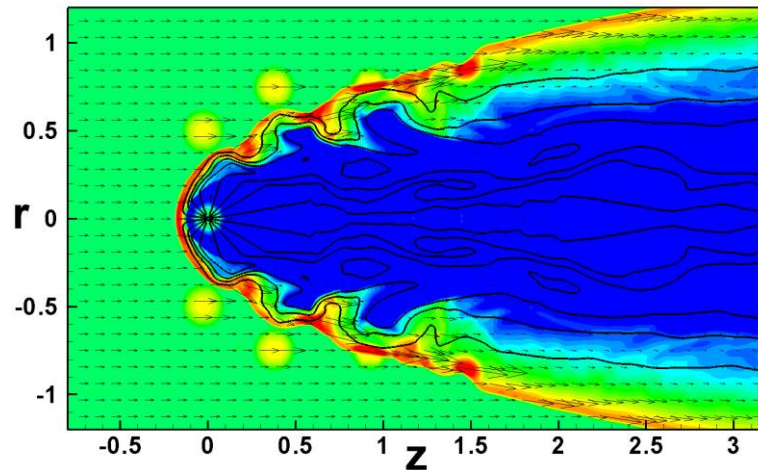


Fig.1. Interaction of the bow shock with small-scale clouds. The background represents the logarithm of density. The solid lines are magnetic field lines.

References

1. Brownsberger, S., Romani, R.W., 2014, ApJ, Volume 784, Issue 2, article id. 154, 14 pp.
2. Toropina, O.D., Romanova, M.M. & Lovelace, R.V.E. 2012, MNRAS, Volume 420, Issue 1, pp. 810-816
3. Zhukov, V. T., Zabrodin, A. V., & Feodoritova, O. B. 1993, Comp. Maths. Math. Phys., 33, No. 8, 1099

**CONSERVATIVE GRID FUNCTIONS REMAPPING FOR COMPLETELY
CONSERVATIVE LAGRANGIAN OPERATOR-DIFFERENCE SCHEME FOR
ASTROPHYSICAL MHD PROBLEMS**

S.G. Moiseenko¹, N.V. Ardelyan², G.S. Bisnovaty-Kogan^{1,3}

¹*Space Research Institute, Profsoyuznaya str. 84/32 Moscow, 117997, Russia,*

²*Department of Computational Mathematics and Cybernetics, Moscow State University,
Vorobjevy Gory, Moscow B-234,*

³*National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute),
Kashirskoe Shosse 31, Moscow 115409, Russia
e-mail: moiseenko@iki.rssi.ru*

We represent results of the development of conservative procedure of grid functions remapping for completely conservative Lagrangian operator-difference scheme on a triangular grid of variable structure. The grid functions remapping procedure based on the conditional minimization of specially constructed functionals is developed. The described procedure is applied to the simulation of MHD astrophysical problems.

Acknowledgements: This work was partially supported by RFBR grants 17-02-00760

ПОДСИСТЕМА СЕТИ НСОИ АФН ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАКАЗОВ

И.Е. Молотов^{1,2}, М.В. Захваткин¹, А.И. Стрельцов¹, Л.В. Еленин¹, М.А. Сибиченкова²

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,

²МИП «ИПМ Баллистика-Сервис»

e-mail: im62@mail.ru

НСОИ АФН - открытый научный проект сети оптических обсерваторий, целью которого является обеспечение независимого источника данных по объектам искусственного и естественного происхождения для научных и прикладных задач. Поскольку НСОИ АФН не имеет целевого бюджетного финансирования, то поддержание и развитие проекта выполняется за счет договоров с заинтересованными ведомствами. Финансирование наблюдений впервые за длительный период начало уменьшаться, в связи с чем целый ряд пунктов был вынужденно остановлен. В связи с этим, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН через свою дочернюю организацию МИП «ИПМ Баллистика-Сервис» начал поиск возможных зарубежных заказчиков, одним из которых стала испанская фирма GMV. По заказу GMV в 2016 - 2017 гг. был проведен ряд тестовых экспериментов для демонстрации возможностей сети НСОИ АФН. Для этого в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН был создан новый комплекс программ, осуществляющий планирование наблюдений по целеуказаниям, обработку и анализ получаемых измерений по спутникам и объектам космического мусора. А в обсерваториях НСОИ АФН начато формирование отдельной подсистемы для выполнения высокоточных наблюдений по заявкам заказчиков.

Наиболее сложной и массовой являлась наблюдательная кампания по наблюдению за уводом КА Метеосат-7 на орбиту захоронения. Наблюдения проводились по заявке Европейской организации для эксплуатации метеорологических спутников (EUMETSAT), в связи со значительными сложностями выполнения точных орбитальных маневров с вращающимся спутником. Маневры выполнялись дважды в сутки - вечером и утром, при этом проведение второго маневра было невозможно без оперативного получения данных о ходе отработки первого и получившейся орбите.

Ежесуточная обработка измерений, построение уточненной орбиты по данным оптических и телеметрических измерений, и выдача целеуказаний в обсерватории проводилась с использованием нового программного комплекса ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. В кампании приняли участие 17 телескопов 12 обсерваторий. Всего по КА Метеосат-7 было получено более 11000 измерений. В докладе приводится анализ полученных данных, точностей вычисленных орбит и оценка проведенных маневров КА Метеосат-7.

НОВОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМ ПИКАРА ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ И МЕРОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Ž. Pavićević

*Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro, Podgorica,
Montenegro;*

*National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow,
Russia*

zarkop@ac.me

В классической теории функции комплексного переменного особое место занимают теоремы Пикара о значениях аналитических и мероморфных функций на комплексной плоскости.

В литературе эти теоремы доказываются с использованием классических результатов теории аналитических функций: интегральной формулы Коши, развития аналитической функции в ряд Тейлора и свойств эллиптической модулярной функции и теорема Лиувилля ([6], [8], [10]).

В этом изложении покажем, что теорем Пикара можно получить как прямое следствие теоремы о нормальности семейства аналитических и мероморфных функций.

Благодарность: Эти исследования поддерживаются Программой поддержки науки в Университете Черногории и Конкурентоспособностью Программы NRNU MEPhI.

Литература

- [1] Montel, P.: *Lecons sur les Familles Normales de Fonctions Analytiques et leurs applications*, Paris, Gautnier-Villars, 1927.
- [2] Pavićević, Ž., Labudović, N, Mahmutov, S. A. and Duborija, S. *Growth of the spherical derivate and classifications of meromorphic functions*, *Mathematica Montisnigri*, vol. II, 113-130 (1993).
- [3] Pavićević Ž, Šušić J. *An application of cycles properties of dynamical systems to the investigations of boundary limits of arbitrary functions*. *Dokl Ross Akad Nauk*; 387:16–18 (2002). Russian.
- [4] Schiff, L. J.: *Normal Families*, Springer Science+Business Media, LLC, 1993.
- [5] Ž. Pavićević, Meromorphic functions generating normal families in arbitrary open subset of the unit disk, *New Zealand Journal of Mathematica*, vol. 28, 89-106 (1999).
- [6] Milnor, J.: *Dynamics in One Complex Variable*, Princeton University Press, Princeton And Oxford, 2006.
- [7] Zarko Pavicevic, *On Angular Limits of Normal Meromorphic Functions: A Geometric Aspect*, *Journal of Complex Analysis*, Volume 2014 (2014), Article ID 216398, 6 pages. Print ISSN: 2314- 4963, Online ISSN: 2314-4971, DOI: 10.1155/9372.
- [8] Ahlfors V. L. : *Complex Analysis: an Introduction to the Theory of Analytic Functions of One Complex Variable* , McGraw-Hill, Inc., 1979.
- [9] Žarko Pavićevića and Marijan Marković, *Normality and boundary behaviour of arbitrary and meromorphic functions along simple curves and applications*, *Complex Variables And Elliptic Equations*, 2018, Vol. 63, No. 1, 1–22.
- [10] Shabat B. V. , *Introduction to complex analysis*, part 1, Nauka, Moskva, 1985 (Russian).
- [11] Väisälä, J.: On normal quasiconformal functions, *Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. I.* no. 266 (1959), p.33.

**A NEW PROOF OF PICARD’S THEOREM FOR ANALYTIC AND
MEROMORPHIC FUNCTIONS ON THE COMPLEX PLANE**

Žarko Pavićević

*Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro, Podgorica,
Montenegro;*

*National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow,
Russia*

zarkop@ac.me

In the classical theory of functions of a complex variable, Picard's theorems on the values of analytic and meromorphic functions on the complex plane occupy a special place.

In the literature, these theorems are proved using the classical results of the theory of analytic functions: the Cauchy's integral formula, the Taylor series expansion of an analytic function, the properties of elliptic modular function, and Liouville's theorem ([6], [8], [10]). This presentation will show that Picard's theorem can be obtained as a direct consequence of theorem on the normality of families of analytic and meromorphic functions.

Acknowledgements: This paper is supported by the Science Support Program at the University of Montenegro and the Program Competitiveness of NRNU MEPhI.

References

- [1] Montel, P., *Lecons sur les Familles Normales de Fonctions Analytiques et leurs applications*, Paris, Gautnier-Villars, 1927.
- [2] Pavićević, Ž., Labudović, N, Mahmutov, S. A. and Duborija, S., Growth of the spherical derivate and classifications of meromorphic functions, *Mathematica Montisnigri*, vol. 2, 113-130 (1993).
- [3] Pavićević, Ž. and Šušić, J., “An application of cycles properties of dynamical systems to the investigations of boundary limits of arbitrary functions”, *Dokl. Ross. Akad. Nauk*, vol. 387, 16–18 (2002) (Russian).
- [4] Schiff, L. J., *Normal Families*, Springer Science+Business Media, LLC, 1993.
- [5] Pavićević, Ž., “Meromorphic functions generating normal families in arbitrary open subset of the unit disk”, *New Zealand Journal of Mathematics*, vol. 28, 89-106 (1999).
- [6] Milnor, J., *Dynamics in One Complex Variable*, Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2006.
- [7] Pavićević, Ž., “On Angular Limits of Normal Meromorphic Functions: A Geometric Aspect”, *Journal of Complex Analysis*, vol. 2014, Article ID 216398, 6 pages (2014).
- [8] Ahlfors, L. V., *Complex Analysis: an Introduction to the Theory of Analytic Functions of One Complex Variable*, McGraw-Hill, Inc., 1979.
- [9] Pavićević, Ž. and Marković, M., “Normality and boundary behaviour of arbitrary and meromorphic functions along simple curves and applications”, *Complex Variables and Elliptic Equations*, vol. 63, no. 1, 1–22 (2018).
- [10] Shabat, B. V., *Introduction to complex analysis*, part 1, Nauka, Moskva, 1985 (Russian).
- [11] Väisälä, J., “On normal quasiconformal functions”, *Annales Academiae Scientiarum Fennicae Ser. A. I.*, no. 266 (1959), 33 p.

ON A CLASS OF D-DIVISION HYPERNEAR-RINGS

Sanja Jancic Rasovi¹, Irina Cristea²,

¹ Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro
e-mail: sabu@t-com.me

² Centre for Systems and Information Technologies, University of Nova Gorica, Slovenia
e-mail: irinacri@yahoo.co.uk

The authors have recently started [9] the study of hypernear-rings R with a defect of distributivity D , where D is the normal subhypergroup of the additive structure $(R,+)$ generated by the elements $d \in -(x \cdot s + y \cdot s) + (x+y) \cdot s$, with $x, y \in R$, while $s \in S$, where (S, \cdot) is a multiplicative subsemigroup of the semigroup (S, \cdot) whose elements generate $(R,+)$. In the present paper we continue in the same direction, introducing the class of D -division hypernear-rings as a subclass of hypernear-rings with a defect D , and that one of division hypernear-rings. Another aim of the paper is to state a necessary and sufficient condition under which a hypernear-ring with a defect of distributivity D is a D -division hypernear-ring. A similar condition holds for near-rings, known as the Ligh's theorem for near-rings [10], and it can be also obtained as a consequence of our general result on hypernear-rings, as we show in the last result of this paper.

References:

1. P. Bonansinga, "Sugli ipergruppi quasicanonici", Atti Soc. Peloritana Sci. Fis. Mat. Natur., 27, 9-17.E. (1981).
2. S.D. Comer, "Polygroups derived from cogroups", J. Algebra, 89(2), 397-405 (1984).
3. P. Corsini, "Feebly canonical and 1-hypergroups", Acta Univ. Carolin. Math. Phys., 24, 49-56 (1983).
4. I.Cristea, S. Jancic-Rasovic, "Composition hyperrings", An. Univ. "Ovidius" Constanta, Seria Mat., 21(2), 81-94 (2013).
5. V. Dasic, "A defect of distributivity of the near-rings", Math. Balkanica, 8, 63-75 (1978).
6. B. Davvaz, "Polygroup theory and related systems", World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, NJ, (2013).
7. L. Dickson, "Definitions of a group and a field by independent postulates", Trans. Amer. Math. Soc. 6, 198-204 (1905).
8. A.Frohlich, "Distributively generated near-rings (I. Ideal Theory)", Proc. London Math. Soc. 8(3), 76-94 (1958).
9. S. Jancic-Rasovic, I. Cristea, "Hypernear-rings with a defect of distributivity", Filomat , accepted for publishing.
10. S. Ligh, "On distributively generated near-rings", Proc. Edinburg Math. Soc. 16(3), 239-242 (1969).

**COLLECTIVE MOTION OF COUPLED PARTICLES ON
COMPACT LIE GROUPS: PHYSICS AND APPLICATIONS**

Vladimir Jaćimović

Synchronization of large ensembles of coupled oscillators is a universal phenomena with a great variety of manifestations in Physics and Life Sciences. Paradigmatic model of this kind was introduced by Kuramoto in 1975. An ensemble of Kuramoto oscillators can be described by the system of complex-valued Riccati ODE's on the unit circle S^1 :

$$(1) \quad \dot{z}_j = i(fz_j^2 + \omega z_j + \bar{f}), \quad j = 1, \dots, N.$$

Here, $z_j \in S^1$ represents the state of the oscillator j , $\omega \in \mathbb{R}$ is a natural frequency of the oscillator j and $f = f(t, z_1, \dots, z_N)$ is a complex-valued global coupling function.

I discuss some relations of the model (1) with Hyperbolic Geometry and Potential Theory in the complex plane.

It turns out that the model (1) is pretty universal and appears in different settings in various theories in Physics.

Furthermore, (1) has fine algebraic and geometric properties and can be extended to some compact Lie groups of higher dimension. For instance, collective motion of coupled particles on the 3-sphere can be described by the system of quaternion-valued Riccati ODE's:

$$(2) \quad \dot{q}_j = q_j f q_j + w_j q_j + q_j u_j - \bar{f}, \quad j = 1, \dots, N,$$

where q_j is a unit quaternion, w_j and u_j are "pure" quaternions and $f = f(t, q_1, \dots, q_N)$ is a quaternionic coupling function.

I briefly point out some physical interpretations and technological applications of models (1) and (2).

TWO-SIDED NORM ESTIMATE FOR THE BERGMAN PROJECTION ON THE HARMONIC BESOV SPACE

Đorđije Vujadinović

*University of Montenegro, Faculty of Mathematics,
Dzordza Vashingtona bb, 81000 Podgorica, Montenegro,
e-mail: djordjievuj@t-com.me*

By \mathbf{B} we denote the open unit ball in R^n for a fixed positive integer $n \geq 2$. For $\alpha > 0$, the weighted measure dv_α on \mathbf{B} is defined by $dv_\alpha(x) = c_\alpha(1 - |x|^2)^{\alpha-1}$, where $dv(x)$ is the Lebesgue volume measure on \mathbf{B} . The constant c_α is chosen such that $dv_\alpha(x)$ has a total mass 1, and it is given by

$$c_\alpha = \frac{2\Gamma(\alpha + n/2)}{n|\mathbf{B}|\Gamma(n/2)\Gamma(\alpha)}.$$

Here $|\mathbf{B}|$ denotes the volume of \mathbf{B} . Also, $d\tau(x) = (1 - |x|^2)^{-n}dv(x)$. The space of all harmonic functions f on the unit ball \mathbf{B} is denoted by $H(\mathbf{B})$ and we use the following notation for the partial derivatives

$$|\partial^m f(x)| = \sum_{|k|=m} |\partial^k f(x)|, \quad \partial^k f(x) = \frac{\partial^{|k|} f(x)}{\partial x^k}.$$

Here $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ is multi-index and $\sum_{i=1}^n k_i = m$. The spaces under consideration through this paper are so-called the Besov spaces of harmonic functions in the unit ball which we denote by B^p , $1 \leq p < \infty$. The Besov space-norm is defined in following manner (integration over \mathbf{B}):

$$(0.1) \quad \|f\|_{B^p} = \sum_{|\alpha| < m} |\partial^\alpha f(0)| + \left(\int (1 - |x|^2)^{mp} |\partial^m f(x)|^p d\tau(x) \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty.$$

We will use the same notation of the norm (0.1) for the derived semi-norm:

$$(0.2) \quad \|f\|_{B^p} = \left(\int (1 - |x|^2)^{mp} |\partial^m f(x)|^p d\tau(x) \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty.$$

The weighted harmonic Bergman projection P_α is realized as an integral operator

$$P_\alpha f(x) = \int f(y) R_\alpha(x, y) dv_\alpha(y), \quad f \in L^2(\mathbf{B}, dv_\alpha), x \in \mathbf{B}$$

Here is the main result.

Theorem 0.1. Given $\alpha > 0$, there are constants B_p^m and D_p^m such that

$$(0.3) \quad B_p^m < \|P_\alpha\| \leq C_p^m \binom{m+n-1}{m} D_p^m,$$

the constants B_p^m, D_p^m and C_p^m are explicitly calculated. Moreover, we find the "exact" norm in case of harmonic Dirichlet-Besov space.

**ПОСТРОЕНИЕ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА
АППРОКСИМАЦИИ С ИСКУССТВЕННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ**

И.В. Попов^{1,2}

¹ *Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Россия, 125047, г. Москва,
Миусская пл., д. 4.*

² *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409, г. Москва,
Каширское ш., д. 31.*

В этой работе предлагается один из способов получения явной разностной схемы повышенного порядка аппроксимации на компактном шаблоне для разрывных решений. Для простоты исследования свойств разностная схема рассматривается применительно к уравнению переноса. Повышение порядка разностной схемы достигается не расширением шаблона, а определением дополнительных промежуточных значений искомых функций в полуцелых узлах. Промежуточные значения функции находятся из интегрального уравнения, которое является следствием исходного дифференциального уравнения.

Получение значений искомой функции в полуцелых узлах необходимо для повышения аппроксимации на границе ячеек, как для одномерных, так и для многомерных задач.

В данной работе определяются пределы применимости предложенной разностной схемы, а именно определены условия монотонности и устойчивости. Приводятся примеры численного расчета.

Благодарности Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 16-07-00519-а, 18-07-00841-а, 16-29-15095-офи-м)

Литература:

1. А.Н. Минайло, А.И. Толстых. “Неявные конечно-разностные схемы повышенной точности для сквозного счета разрывных решений”. Журнал вычислительной математики и математической физики, 15(2), 527-531 (1975).
2. А.И. Толстых. “О гибридных схемах с мультиоператорами высокого порядка для счета разрывных решений”. Журнал вычислительной математики и математической физики, 53(9), 1481-1502 (2013)
3. Е.Н. Аристова, Д.Ф. Байдин, Б.В. Рогов. “Бикомпактные схемы для неоднородного линейного уравнения переноса”, Математического моделирование, 25(5), 55–66 (2013)
4. Е.Н. Аристова, Б.В. Рогов, А.В. Чикиткин. “Оптимальная монотонизация высокоточной бикомпактной схемы для нестационарного многомерного уравнения переноса”. Журнал вычислительной математики и математической физики, 56(6), 973 – 988 (2016).
5. И.В. Попов, Ю.Е. Тимофеева. “Построение разностной схемы повышенного порядка аппроксимации для уравнения переноса с использованием адаптивной искусственной вязкости”, Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 39, (2015).
6. Н.Н. Калиткин. “Численные методы”, СПб.: БХВ-Петербург, 592 с. (2011).
7. Friedrichs K.O., Hyers D.H. “Symmetric hyperbolic linear differential equations”, Commun Pure and Appl. Mathem., 7 (2), 345 – 392 (1954).
8. S. Gottlieb, C-W. Shu. “Total variation diminishing Runge-Kutta schemes”, Mathematics of Computation., 67(221), 73-85 (1998).

CONSTRUCTION OF A DIFFERENT SCHEME OF HIGH ORDER OF APPROXIMATION WITH ARTIFICIAL VISCOSITY FOR SOLVING THE CONVECTION-DIFFUSION EQUATION

I.V. Popov^{1,2}

¹ *Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, 4 Miusskaya square, 125047, Moscow, Russia*

² *National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), 31, Kashirskoe shosse, 115409, Moscow, Russia*

In this paper, we propose one of the methods for obtaining an explicit finite-difference scheme of higher order of approximation on a compact template for discontinuous solutions. To simplify the study of properties, the difference scheme is considered in relation to the transport equation. An increase in the order of the difference scheme is achieved not by expanding the template, but by determining the additional intermediate values of the unknown functions at half-integer nodes. Intermediate values of the function are found from the integral equation, which is a consequence of the original differential equation.

Obtaining the values of the required function at half-integer nodes is necessary to increase the approximation at the cell boundary, both for one-dimensional and multidimensional problems.

In this paper we determine the limits of applicability of the proposed difference scheme, namely, the conditions for monotonicity and stability. Examples of numerical calculation are given.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (projects Nos. 16-07-00519-a, 18-07-00841-a, 16-29-15095-ofi-m)

References:

1. A. N. Minailos, A.I. Tolstykh. “Implicit high-accuracy finite-difference schemes for the “shock capturing” calculation of discontinuous solutions”, USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 15 (2), 242-247 (1975).
2. A.I. Tolstykh. “Hybrid schemes with high-order multioperators for computing discontinuous solutions”, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 53 (9), 1303-1322 (2013).
3. E.N. Aristova, D.F. Baydin, B.V. Rogov, “Bicompact schemes for an inhomogeneous linear transport equation”, Mathematical Models and Computer Simulations, 5 (6), 586-594 (2013).
4. E.N. Aristova, B.V. Rogov, A.V. Chikitkin. “Optimal monotonicity of a high-order accurate bicompact scheme for the nonstationary multidimensional transport equation”, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 56 (6), 962-976 (2016).
5. I. V. Popov, Y. E. Timofeeva. “Construction of difference scheme with heightened order approximation with adaptive artificial viscosity for advection equation”, KIAM Preprints. MV Keldysh, 39, (2015).
6. N.N. Kalitkin. “Chislennyye metody (Numerical Methods)”, St. Petersburg, 592 (2011).
7. K.O. Friedrichs, D.H. Hyers. “Symmetric hyperbolic linear differential equations”, Commun Pure and Appl. Math., 7 (2), 345 – 392 (1954).
8. S. Gottlieb, C-W. Shu. “Total variation diminishing Runge-Kutta schemes”, Mathematics of Computation, 67 (221), 73-85 (1998).

**РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ МЕТОДА ОПОРНЫХ ОПЕРАТОРОВ
ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Ю.А. Повещенко^{1,2}, В.А. Гасилов^{1,2}, М.Е. Ладонкина¹, В.О. Подрыга^{1,3,4}

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Россия, Москва, Миусская пл., 4

²НИЯУ МИФИ, 115409, Россия, Москва, Каширское шоссе, 31

³НИИЦ “Курчатовский институт”, 123182, Россия, Москва, пл. Академика Курчатова, 1

⁴МАДИ, 125319, Россия, Москва, Ленинградский пр., 64

pvictoria@list.ru

В работе для задач теории упругости с учетом энергетического баланса среды [1] построены семейства интегрально согласованных аппроксимаций операций векторного анализа с учетом кривизны пространства, вызванного цилиндрической геометрией системы. Построенное семейство аппроксимаций является достаточным для дискретного моделирования этих процессов. Скалярное произведение в пространстве тензорных сеточных функций выбирается согласованно с энергией деформированного тела [2]. На нерегулярных сетках в цилиндрической геометрии с дифференциальным вращением по азимутальной координате построены и исследованы разностные схемы метода опорных операторов для уравнений теории упругости в смещениях. Рассмотренные аппроксимации сохраняют свойства дивергентности, самосопряженности и знакоопределенности дифференциальных операторов, а также применимы для решения нестационарных задач гидродинамики с учетом упругих процессов [3].

Благодарности: Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-00100).

Литература:

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, “Теория упругости”, Наука, Москва (1987)
2. А.А. Самарский, А.В. Колдоба, Ю.А. Повещенко, В.Ф. Тишкин, А.П. Фаворский, “Разностные схемы на нерегулярных сетках”, ЗАО Критерий, Минск (1996)
3. В.А. Гасилов, А.Ю. Круковский, Ю.А. Повещенко, И.П. Цыгвинцев, “Однородные разностные схемы для решения сопряженных задач гидродинамики и упругости”, Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, № 13 (2018)

**DIFFERENCE SCHEMES OF SUPPORT OPERATOR METHOD
FOR EQUATIONS OF ELASTICITY THEORY
IN CYLINDRICAL GEOMETRY**

Yu.A. Poveshchenko^{1,2}, V.A. Gasilov^{1,2}, M.E. Ladonkina¹, V.O. Podryga^{1,3,4}

¹*Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, 125047, Russia, Moscow, Miusskaya sq., 4*

²*NRNU MEPhI, 115409, Russia, Moscow, Kashirskoe shosse, 31*

³*NRC "Kurchatov Institute", 123182, Russia, Moscow, Akademika Kurchatova sq., 1*

⁴*MADI, 125319, Russia, Moscow, Leningradsky pr., 64*

pvictoria@list.ru

In the paper, families of integrally consistent approximations of vector analysis operations with allowance for the curvature of the space caused by the cylindrical geometry of the system are constructed for the problems of the theory of elasticity with allowance for the energy balance of the medium [1]. The family of approximations constructed is sufficient for discrete modeling of these processes. The scalar product in the space of tensor grid functions is chosen in accordance with the energy of the deformed body [2]. Difference schemes of the method of support operators for the equations of the theory of elasticity in displacements are constructed and investigated on irregular grids in cylindrical geometry with differential rotation in the azimuthal coordinate. The approximations considered preserve the properties of divergence, self-adjointness and sign-definiteness of differential operators, and also are applicable to the solution of non-stationary problems of hydrodynamics with allowance for elastic processes [3].

Acknowledgements: This work was supported by Russian Science Foundation (project no. 16-11-00100).

References:

1. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, "Course of theoretical physics", Vol. 7, Pergamon Press Ltd., Oxford (1970)
2. A.A. Samarskii, A.V. Koldoba, Yu.A. Poveshchenko, V.F. Tishkin, A.P. Favorskii, "Difference schemes on irregular grids", ZAO Kriterii, Minsk (1996)
3. V.A. Gasilov, A.Yu. Krukovskiy, Yu.A. Poveschenko, I.P. Tsygvintsev, "Homogeneous difference schemes for solving conjugate problems of hydrodynamics and elasticity", Preprints of Keldysh Institute of Applied Mathematics, No.13 (2018)

NUMERICAL SIMULATION OF COMBUSTION PROCESS IN TEST SCRAMJET ENGINES

V.T. Zhukov¹, O.B. Feodoritova¹, N.D. Novikova¹

¹*Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
zhukov@kiam.ru, feodor@kiam.ru, nn@kiam.ru*

Scramjet engine is a promising propulsion system for atmospheric flight in the hypersonic regime. This system is an air breathing engine working on supersonic combustion. Considerable fundamental research has been conducted in design of scramjet combustion chambers. However, there are many challenges associated with such system and accurate computational simulation of the combustion process requires for concept studies.

Our goal is to study supersonic flow and combustion in test chambers and to provide validation of the code OpenFoam for reacting flow problems. Simulation conditions correspond to the experiments of the TsAGI and the DLR. For the TsAGI combustor (see ref. in [1]) we consider a problem of hydrocarbon fuel combustion stabilization. Parametric studies are carried out to investigate the effect of the hydrocarbon fuel consumption. Simulation results are systematically analyzed and given in [1].

A schematic test model of the DLR combustor [2] is given in Fig. 1. Preheated air is expanded through a nozzle and enters the combustor at $Ma=2$. A strut injector is placed downstream of the nozzle. Hydrogen is injected at $Ma=1$ in the strut base.

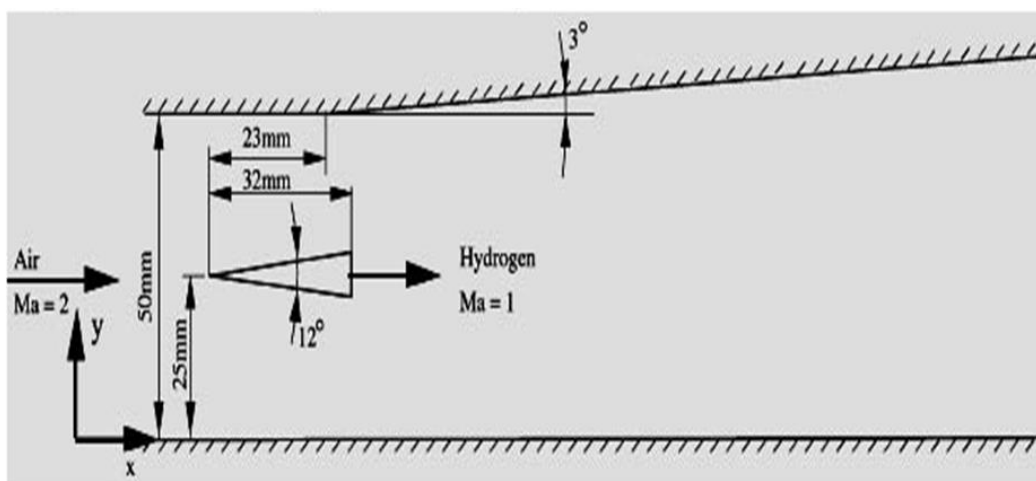


Fig.1. Schematic of the combustion chamber

The results show that the numerical methodology is suitable to simulate the flow field of scramjet combustors.

Acknowledgements: The present investigation was supported by Presidium RAS, program № 27 «Fundamental aspects of supercomputing for simulating complex practical problems»

References:

1. V.V. Vlasenko, V.T. Zhukov, N.D. Novikova, O.B. Feodoritova, “Numerical simulation of different regimes of high-speed combustion chamber”, Keldysh Institute preprints, № 97, 32 (2017)
2. W. Waidmann et al., “Experimental Investigation of the Combustion Process in a Supersonic Combustion Ramjet (SCRAMJET)”, DGLR-Jahrbuch, 629–638, (1994)

SELF-ADAPTIVE CHEBYSHEV ITERATIVE METHOD

V.T. Zhukov¹, O.B. Feodoritova¹, M.M. Krasnov¹

¹*Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences*

Moscow, Russia

e-mail: zhukov@kiam.ru, feodor@kiam.ru, kmm@kiam.ru

Consider a large sparse system of linear equations $Au = f$, where $u, f \in \mathbb{R}^n$ are vectors and $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is a self-adjoint positive definite matrix with eigenvalues $\lambda \in [\lambda_{\min}; \lambda_{\max}]$, $0 < \lambda_{\min} < \lambda_{\max}$ are the unknown bounds. Such systems usually arise from discretization of elliptic partial differential equations. The Chebyshev iterative method [1] can be expressed as

$$u_{k+1} = u_k + \tau_{k+1} (f - Au_k), \quad k = 0, 1, \dots, p-1, \quad (1)$$

where u_0 is an initial guess, p is a number of iterations, τ_k , $k = 1, \dots, p$ is the optimal set of the parameters. The error propagation operator $F_p(A)$ of the method (1) is defined by the optimal Chebyshev polynomial $F_p(\lambda)$ for the interval $[\lambda_{\min}; \lambda_{\max}]$. To achieve the specified accuracy ε we need to do the known number $p = p(\varepsilon, \lambda_{\min}/\lambda_{\max})$ iterations. In case of the unknown bound λ_{\min} we propose a self-adaptive algorithm which is capable of evaluating λ_{\min} , whenever the algorithm has not achieved optimal convergence rate. Suppose for exact bounds and their estimates λ_{\min}^* , λ_{\max}^* the conditions $0 < \lambda_{\min} \leq \lambda_{\min}^* \leq \lambda_{\max} \leq \lambda_{\max}^*$ hold. Value λ_{\max}^* is obtained by the Gershgorin circle theorem, and we take $\lambda_{\min}^* = (Av, v)/(v, v) \geq \lambda_{\min}$ as the initial guess for the low bound. We will find a new value λ_{\min}^* to set much lower tolerance $\varepsilon_1 < \varepsilon$. With given λ_{\min}^* , λ_{\max}^* , ε_1 applying (1) we obtain $\delta = r_p/r_0$ for norms r_p, r_0 of final and initial residuals. If $\delta > \varepsilon_1$, then the value δ is attained on the hyperbolic branch of $F_p(\lambda)$ and we update the low bound $\lambda_{\text{new}}^* = 0.5\lambda_{\max}^* (1 + \eta - (1 - \eta)x^*)$, see [3], where

$$\eta = \frac{\lambda_{\min}^*}{\lambda_{\max}^*}, \quad \rho = \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}}, \quad y = \delta \frac{1 + \rho^{2p}}{2\rho^p}, \quad x^* = \text{ch}\left(\ln[y + \sqrt{y^2 - 1}] / p\right).$$

If desired accuracy ε has not reached, the new adaptation cycle runs with $\lambda_{\min}^* = \lambda_{\text{new}}^*$ and λ_{\max}^* , ε_1 . The numerical examples [2] show that the self-adaptive algorithm is effective. Note that the algorithm [3] is based on other approach.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project № 17-71-30014

References:

1. A. A. Samarskii, E.S. Nikolaev, "Methods for solving Grid Equations", M.: Nauka, 592 (1978).
2. O.B. Feodoritova, N.D. Novikova, V.T. Zhukov, "An Adaptive Chebyshev Method", M.: RAS, 32 (2017).
3. M. V. Popov, Yu. A. Poveschenko, V. A. Gasilov, A. V. Koldoba, T. S. Poveschenko, "Application of the Richardson method in case of the unknown lower bound of a problem spectrum" *Matem. Mod.*, **29**(5), 96–108 (2017).

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ РАЗРЫВНОГО МЕТОДА ГАЛЁРКИНА ПРИ РАСЧЕТЕ УДАРНЫХ ВОЛН

М.Е. Ладонкина^{1,2}, О.А. Неклюдова¹, В.В. Остапенко^{2,3}, В.Ф. Тишкин^{1,2}

¹Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Миусская пл., 4

²Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

³Новосибирский гос. ун-т, Новосибирск

e-mail: ladonkina@imamod.ru, nek_olga@mail.ru, ostapenko_vv@ngs.ru, v.f.tishkin@mail.ru

В классической работе [1], широко известной в связи со схемой распада разрыва, было введено понятие монотонности двухслойной по времени схемы и показано, что среди линейных разностных схем нет монотонных схем повышенного порядка аппроксимации. Развитие теории численных методов сквозного счета для гиперболических систем законов сохранения в значительной степени было направлено на преодоление этого “запрета Годунова”, были разработаны различные классы как разностных, так и проекционных схем, в которых повышенный порядок аппроксимации на гладких решениях и монотонность (при аппроксимации линейной системы и скалярного закона сохранения) достигались за счет нелинейной коррекции потоков, приводящей к нелинейности этих схем даже при аппроксимации линейного уравнения переноса. Основное достоинство этих схем заключается в том, что они с высокой точностью локализуют ударные волны при отсутствии существенных нефизических осцилляций.

В настоящее время, для решения широкого класса прикладных задач математической физики часто используется метод Галеркина с разрывными базисными функциями[2]. Данный метод обладает рядом достоинств, присущих как конечно-элементным, так и конечно-разностным аппроксимациям. В частности, он обеспечивает заданный порядок точности на гладких решениях и может использоваться для сеток произвольной структуры[3]. Это особенно актуально для решения с повышенной точностью сложных разномасштабных физических задач. В данной работе исследуется точность разрывного метода Галеркина при расчете разрывных решений квазилинейной гиперболической системы законов сохранения с ударными волнами, распространяющимися с переменной скоростью[4]. В качестве конкретного примера рассмотрена аппроксимация системы законов сохранения теории мелкой воды. На примере этой системы показано, что разрывный метод Галеркина, не смотря на высокую точность на гладких решениях и при локализации ударных волн, снижает свой порядок сходимости до первого порядка в областях влияния ударных волн.

Благодарности: Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 16-11-10033).

Литература:

1. С.К. Годунов. “Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики”, Мат. сб., 47(3), 271–306 (1959).
2. В. Cockburn. “An Introduction to the Discontinuous Galerkin Method for Convection - Dominated Problems”, Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations, Lecture Notes in Mathematics, 1697, 151-268 (1998).
3. М.Е. Ладонкина, О.А. Неклюдова, В.Ф. Тишкин. “Исследование влияния лимитера на порядок точности решения разрывным методом Галеркина”, Матем. моделир., 24(12) (2012).
4. О.А. Ковыркина, В.В. Остапенко. “О реальной точности разностных схем сквозного счета”, Матем. моделир., 25(9), 63–74 (2013).

RESEARCH OF THE ACCURACY OF DISCONTINUOUS GALERKIN METHOD FOR PROBLEMS WITH SHOCK WAVES

M.E. Ladonkina^{1,2}, O.A. Neklyudova¹, V.V. Ostapenko^{2,3}, V.F. Tishkin^{1,2}

¹*Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Russia, Moscow, Miusskaya Sq., 4*

²*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of SB RAS, Novosibirsk*

³*Novosibirsk State University, Novosibirsk*

e-mail: ladonkina@imamod.ru, nek_olga@mail.ru, ostapenko_vv@ngs.ru, v.f.tishkin@mail.ru

In the classical paper [1], well known for its disintegration scheme of the discontinuity, the concept of monotonicity of a two-layered time-scale scheme was introduced and it was shown that there are no monotone schemes of higher order of approximation among the linear difference schemes. The development of the theory of numerical methods of end-to-end counting for hyperbolic systems of conservation laws was largely directed at overcoming this "Godunov prohibition", various classes of difference and projection schemes were developed. In these schemes the higher order of approximation on smooth solutions and the monotonicity (in the approximation of a linear system and scalar conservation law) were achieved due to the nonlinear correction of the fluxes that leads to the nonlinearity of these schemes even when the linear transport equation is approximated. The main advantage of these schemes is that they localize shock waves with high accuracy in the absence of significant non-physical oscillations.

At the moment, to solve a wide class of applied problems of mathematical physics, the Galerkin method with discontinuous basis functions is often used [2]. This method has a number of advantages inherent in both finite-element and finite-difference approximations. In particular, it provides a given order of accuracy on smooth solutions and can be used for grids of arbitrary structure [3]. This is especially relevant for solving of complex, multiscale physical problems with increased accuracy. In this paper we study the accuracy of the Galerkin discontinuous method in calculating discontinuous solutions of a quasilinear hyperbolic system of conservation laws with shock waves propagating with variable velocity [4]. As an example, the approximation of the system of conservation laws of shallow water theory is considered. Using the example of this system, it is shown that the Galerkin discontinuous method, despite its high accuracy on smooth solutions and in the localization of shock waves, reduces its order of convergence to first order in the regions of impact of shock waves.

Acknowledgements: The research was performed under financial support of Russian Science Foundation, grant № 16-11-10033.

References:

1. S.K. Godunov, "A finite difference method for the computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics", *Sbornik: Mathematics*. 47 (8-9), 357-393 (1959).
2. B. Cockburn, "An Introduction to the Discontinuous Galerkin Method for Convection - Dominated Problems", *Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations (Lecture Notes in Mathematics)*, 1697, 151-268 (1998).
3. M. E. Ladonkina, O. A. Neklyudova, V. F. Tishkin, "Research of the impact of different limiting functions on the order of solution obtained by RKDG", *Matem. Mod.*, 24(12), 124–128 (2012); *Math. Models Comput. Simul.*, 5(4), 346–349 (2013).
4. O.A. Kovyrykina, V.V. Ostapenko, "On the practical accuracy of shock-capturing schemes", *Math. Mod.*, 25(9), 63–74 (2013).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВСКРЫТИЯ ПЛАСТОВ И СТИМУЛЯЦИИ ПРИТОКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВВ

Кравченко М.Н.¹, Рыбакин Б.П.², Смирнов Н.Н.²

¹*РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, 119991, Российская Федерация, Москва, Ленинский проспект, д. 65*

²*МГУ им. М.В.Ломоносова, 119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д.1
dep.ngipg@yandex.ru*

Эффективность притока к скважине в первую очередь определяется качеством установленной связи с продуктивным пластом за счет создания каналов путем перфорирования обсадной колонны, цементного камня и матрицы скелета пласта. Наиболее эффективными считаются методы перфорации с использованием энергии взрывчатых веществ (ВВ). Последующая закачка на более поздних этапах разработки месторождения составов на основе ВВ позволяет провести стимуляцию притока нефти.

Эффективность первичного и вторичного вскрытия существенно зависит от фильтрационно-емкостных свойств пласта, таких как упругость и прочность коллектора, от состава минеральной матрицы скелета, особенностей строения и выраженности анизотропии, наличия и направления естественных трещин, а также от самой технологической схемы, учитывающей форму оболочки снаряда, компоновку нескольких снарядов, типа ВВ [1].

Для анализа лабораторных и промысловых экспериментов созданы несколько типов математических моделей. Первая дает возможность рассчитать инициирование кумулятивного заряда (с последующей деформацией и разрушением корпуса заряда), возникновением кумулятивной струи, проникающей через слой металла (представляющего собой элемент поверхности корпуса перфоратора и обсадной колонны скважины) с образованием дальнейшего перфорационного канала в бетонном кольце вокруг скважины и пористом скелете, а также сетку трещин в матрице пласта-коллектора [2]. Вторая фильтрационная модель адаптирована для расчета более позднего этапа - стимулирования притока с использованием энергии ВВ [3]. Численное моделирование позволит оптимизировать конструкцию перфоратора с учетом геометрии расположения зарядов, оценить влияние динамической депрессии с целью повышения качества процесса перфорирования и улучшения гидродинамической связи между продуктивным пластом и скважиной. Моделирование закачки водных растворов ВВ дает возможность оптимизировать процесс добычи и повысить коэффициент извлечения нефти.

Благодарности. Авторы благодарят за поддержку грант РФФИ 18-07-01303

Литература

1. И. Василенко, О. Зинченко, К.Шепель, “Экспериментальная оценка воздействия кумулятивной перфорации на армированную модель крепи скважины.” Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса, №2,44-52(2015)
2. Б. Рыбакин, М. Кравченко и др., “Моделирование вскрытия пласта с использованием кумулятивных зарядов.” Сборник: Тезисы докладов Международной конференции Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе. Сургут. ИЦ СурГУ, 97-98 (2016)
3. М. Кравченко, А. Мурадов и др., “Сравнительный анализ применения методов ВПГ и ТГХВ на пластах Баженовской свиты на базе математического моделирования.” Neftegaz.ru, №3. 62-69 (2018)

SWARMS ON THE 3-SPHERE

Dakić Jelena¹, Kankaraš Milica²

¹ Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro

² Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro

e-mail jelenaadakic@gmail.com

We introduce the model of the swarm evolving on the 3-sphere ³ governed by the following system of quaternionic Riccati ODE's:

$$\dot{q}_i = q_i f q_i + \omega q_i + u q_i - \bar{f}, \quad i = 1, \dots, N$$

Here, $q_i(t)$ are unit quaternions, describing the positions of agents on S^3 , ω and u are "pure" quaternions (meaning that $Re \omega = Re u = 0$) and $f = f(q_1, \dots, q_N)$ is a quaternion-valued *coupling function*. The notion \bar{f} stands for quaternionic conjugate of f .

We study various communications rules, i.e. various choices of coupling function f . The most common choice reads:

$$f(q_1, \dots, q_N) = -\frac{K}{2N} \sum_{i=1}^N \bar{q}_i$$

This choice provides consensus protocol (algorithm) for $K > 0$ or anti-consensus protocol if $K < 0$. Anti-consensus protocol lead to various balanced configurations on S^3 .

Some other communication rules present significant interest in applications to coordinated motion in 3D space and formation flying in space navigation. In particular, we discuss the rules that include mixed quaternionic coupling or phase shifted coupling. Such protocols lead to formation keeping of agents on S^3 .

Finally, we study the stable configurations in the particular case when agents communicate through the ring topology.

References:

1. Reza Olfati-Saber, "Swarms on Sphere: A Programmable Swarm with Synchronous Behaviors like Oscillator Networks", Published in Decision and Control, 2006 45th IEEE, December 2006

**DISTRIBUTED CONSENSUS IN MULTI-AGENT SYSTEMS ON
LIE GROUPS S^3 AND $SO(3)$**

Kankaraš Milica¹, Dakić Jelena²

¹ Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro

² Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro

e-mail milica_kankaras@hotmail.com

Recently developed discipline, named *Geometric consensus theory* deals with consensus problems on certain non-Euclidean manifolds, [1,2]. The most immediate example is the one on the unit circle S^1 . This problem can be stated as optimization problem of the function on N -torus $T^N = S \times \dots \times S$. Consider the system of N agents that move on S and communicate through the connected graph $G = \{a_{ij}\}$. Here, $a_{ij} = 0$ if agents i and j do not communicate directly, and $a_{ij} = 1$ if there exists a communication link between i and j .

Introduce the *disagreement cost function*:

$$(1) \quad V_\varphi(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} \sin^2 \frac{\varphi_i - \varphi_j}{2}, \quad \varphi_i \in [0, 2\pi]$$

Obviously, consensus configuration where $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n$ provides a *global minimum* of V_φ . The gradient system for minimization of V_φ yields a famous Kuramoto model of coupled oscillators [3]:

$$(2) \quad \dot{\varphi}_i(t) = -\alpha \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi_i} = \alpha \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j), \quad i = 1, \dots, N$$

The system (2) provides a *distributed protocol* for achieving consensus on S . However, for the generic connected graph G , the potential function V_φ has many local minima and the method (2) not necessarily converge to consensus.

The problem can be extended to some higher-dimensional manifolds, such as spheres or matrix Lie groups. In this talk we focus on consensus problems on Lie groups on S^3 and $SO(3)$. These two examples of special interest due to numerous applications in multi-agent space navigation, cooperative control of satellites, etc.

The disagreement cost function can be formed for matrices which are belonging to $SU(2) = S^3$ and $SO(3)$. We discuss a particularly interesting case when agents communicate through the ring topology.

References:

- [1] Sarlette A., “Geometry and symmetries in coordination control”, Ph. D. thesis, Liege (2009).
- [2] Sarlette A., “Sepulchre R.: Consensus optimization on manifolds”, SIAM J. Contr. Opt., 48, (2009)
- [3] Kuramoto, Y. H., “Lecture Notes in Physics”, International Symposium on Mathematical problems in Theoretical Physics 39. Springer-Verlag, New York, (1975)

PIERCE DECOMPOSITION OF SEMISIMPLE n -ARY BIALGEBRAS

V.A. Artamonov¹, B. Zekovich²

¹*Department of Algebra, Faculty of Mechanics and Mathematics,
Moscow, State University, Moscow, Russia
e-mail: artamon@mech.math.msu.su*

²*Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Montenegro,
Podgorica, Montenegro
e-mail: biljanaz@t-com.me*

In this paper, we establish Pierce components in the form of multiplication in bialgebra $H^{(n-1)}$ (Proposition 1.1.). It is found Pierce decomposition of semisimple of n -ary bialgebra. Besides, it is proved that Pierce components are $(1, n)$ -ideals in H . At the end, it is defined comultiplication in these terms, and the action $\lambda \xrightarrow{i}$ on these components.

The present paper continues an investigations of n -ary bialgebras, under assumptions that the algebra $H^{(n-1)}$ has only irreducible nonone-dimensional representation which were begun in [1] and [2].

In the paper [1] we used decompositions for investigations of the comultiplication in n -ary bialgebra H . We described one-dimensional modules occurring in direct sums of tensor n -ary degree of irreducible module. The paper [2] contains described of actions $\lambda \xrightarrow{i}$ on n -ary bialgebra with one irreducible nonone-dimensional module. It is shown that $\lambda \xrightarrow{i}$ are rings endomorphisms of $H^{(n-1)}$ which can be extended to ring endomorphisms of H . They form n -semigroup related to Pierce decomposition of algebras $H^{(n-1)}$ and H . In that paper is given criterion, under which they form n -group.

References:

1. V. A. Artamonov, B. Zekovich, “Decomposition of tensor-products of irreducible modules over over n -bialgebras”, appear.
2. V. A. Artamonov, B. Zekovich, “Semisimple n -ary bialgebras and their actions over decomposition of bialgebra $H^{(n-1)}$ ”, appear.
3. В. А. Артамонов, “Полупростые алгебры Хопфа с ограничениями на неприводимые неодномерные модулы”, Алгебра и анализ, 26 (2), (2014).
4. Richard S. Pierce, “Associative Algebras”, Springer-Verlag, New York, Heideiberg Berlin, (1982).

A NOTE ON PRESERVING QUASI-ARMENDARIZ PROPERTY UNDER VARIOUS RING EXTENSIONS

Dušan Jokanović¹, Marina Milićević²

¹*University of East Sarajevo, Production and Management Faculty Trebinje
Stepe Stepanovića bb, 89 101 Trebinje, Bosnia and Herzegovina*

²*University of East Sarajevo, Production and Management Faculty Trebinje
Stepe Stepanovića bb, 89 101 Trebinje, Bosnia and Herzegovina
e-mail: dusanjok@yahoo.com,*

In this paper we consider quasi-Armendariz rings introduced in [1], which are generalization of Armendariz rings first studied in [2]. A ring R is called Armendariz whenever $f(x)g(x) = 0$ implies $a_i b_j = 0$, for all polynomials $f(x) = \sum_{i=1}^n a_i x^i$ and $g(x) = \sum_{j=0}^m b_j x^j$ from $R[x]$. If instead of ring $R[x]$, we study a ring $R[x; \alpha]$ for some endomorphism α of a ring R , we can introduce a class of so called quasi α -Armendariz rings.

A ring R is called quasi α -Armendariz if $f(x)R[x; \alpha]g(x) = 0$ implies $a_i R(b_j) = 0$ for all $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$, $g(x) = \sum_{j=0}^m b_j x^j$ from $R[x, \alpha]$ and for each i, j .

Generalizations of Armendariz rings are also considered in [3], [4], [5], [6] and [7].

Our main result is concerned with preserving of quasi-Armendariz property from ring to its skew extensions.

Acknowledgements: This research was partially supported by the Grant 19/6-020/961-120/14 of the Ministry for Science and Technology of the Republic of Srpska.

References:

1. H. Pourtaherian, I.S. Rakhimov, “On extended quasi-Armendariz rings” arXiv preprint arXiv: 1205.5845, (2012)
2. M. B. Rege, S. Chhawchharia, “Armendariz rings” Proc. Japan Acad. Ser. A. Math. Sci. 73, 14-17 (1997)
3. D. Jokanović, “Properties of Armendariz rings and weak Armendariz rings” Publications de l’Institut Mathematique, Nouvelle Serie, 85(99), 131-137 (2009).
4. C. Y. Hong, N. K. Kim, T. K. Kwak, “On skew Armendariz rings” Comm. Algebra, (31)(2), 105-122 (2003)
5. Z. Liu, R. Zhao, “On weak Armendariz rings” Comm Algebra, 34, 2607-2616 (2006)
6. C. Huh, Y. Lee, A. Smoktunowicz, “Armendariz rings and semicommutative rings” J. Commun. Algebra, (30) 2 751-761 (2002)
7. T. K. Lee, T. L. Wong, “On Armendariz rings” Houston J. Math., (29) 3, 583-593 (2003)

ON PRIVALOV SPACES ON THE UNIT DISK AS THE HARDY-ORLICZ CLASSES

Romeo Meštrović¹, Žarko Pavićević²,

¹ Maritime Faculty Kotor, University of Montenegro,
Dobrota 36., 85330 Kotor, Montenegro
e-mail: romeo@ac.me

² Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro,
Džordža Vašingtona b.b., 81000 Podgorica, Montenegro

² National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute),
Moscow, Russia
e-mail: zarkop@ac.me

For any fixed $p > 1$, the class N^p , introduced by I.I. Privalov, is defined as the space of holomorphic functions f on the open unit disk $D: |z| < 1$ in the complex plane for which the function $(\log^+ |f(z)|)^p$ has a harmonic majorant on D . Since the function $\psi(t) = \log^p(1+t)$ ($0 \leq t < +\infty$) is the Orlicz function, it follows that N^p is the Hardy-Orlicz class. We consider some linear topological and functional properties of spaces N^p considered as the Hardy-Orlicz classes.

References

1. T.W. Gamelin, “Uniform algebras”, Prentice–Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1969.
2. R. Meštrović, “F-algebras M^p ($1 < p < \infty$) of holomorphic functions”, *The Scientific World Journal* (subject area: *Mathematical Analysis*), Vol. 2014, Article ID 901726, 10 pages (2014).
3. R. Meštrović, “Maximal ideals in some F-algebras of holomorphic functions”, *Filomat*, Vol. 29, No. 1, 1-5 (2015).
4. R. Meštrović, Ž. Pavićević, “Topologies on some subclasses of the Smirnov class”, *Acta Scientiarum Mathematicarum*, Vol. 69, 99-108 (2003).
5. R. Meštrović, Ž. Pavićević, “Weakly dense ideals in Privalov spaces of holomorphic functions”, *Journal of the Korean Mathematical Society*, Vol. 48, 397-420 (2011).
6. R. Meštrović, Ž. Pavićević, “A short survey of the ideal structure of Privalov spaces on the unit disk”, *Mathematica Montisnigri*, Vol. 32, 14-22 (2015).
7. R. Meštrović, Ž. Pavićević, “A short survey of some topologies on Privalov spaces on the unit disk”, *Mathematica Montisnigri*, Vol. 40, 5-13 (2017).
8. R. Meštrović, Ž. Pavićević, “On some metric topologies on Privalov spaces on the unit disk”, *Mathematica Montisnigri*, Vol. 41, 5-15 (2018).
9. R. Meštrović, Ž. Pavićević, N. Labudović, “Remarks on generalized Hardy algebras”, *Mathematica Montisnigri*, Vol. 11, 25-42 (1999); preprint arXiv:1804.02277.
10. R. Meštrović, A.V. Subbotin, “Multipliers and linear functionals in Privalov's spaces of holomorphic functions on the disk”, *Dokl. Akad. Nauk*, Vol. 365, No. 4, 452–454 (1999) (in Russian).
11. J. Musielak, “Orlicz spaces and modular spaces”, *Lecture Notes in Mathematics*, Vol. 1034, Springer–Verlag, 1983.
12. I.I. Privalov, “Boundary properties of analytic functions”, 1st edition, Moskov. Gos. Univ., Moscow (1941) (in Russian).
13. M. Stoll, “Mean growth and Taylor coefficients of some topological algebras of analytic functions”, *Annales Polonici Mathematici*, Vol. 35, 139-158 (1977).

ESTIMATES OF HARMONIC FUNCTIONS

Marijan Marković

*University of Montenegro, Cetinjski put bb, 81 000, Podgorica
e-mail: marijanmmarkovic@gmail.com*

We present some new results on the estimates of bounded harmonic function in the unit ball. The results belong to the author, D. Kalaj, V. Mazya, G. Kresin, and others. The problem consists in finding the constant C such that $|D(U(x))| \leq C\|U\|$, where U is harmonic function in the unit ball, x is a fixed point in the unit ball, D is the differential operator and $\|U\|$ is the essential norm of the function U .

References:

1. D. Kalaj, “A proof of the Khavinson conjecture”, *Bull. London Math. Soc.* 49, 561-570 (2017)
2. M. Markovic, “Solution to the Khavinson problem”, *Constr. Approx.* 45, 243-271 (2017)
3. G. Krsin, V. Mazya, “Optimal estimates for gradient of harmonic functions”, *DCDS-A* 28, 425-440 (2010)

ON THE MODELING OF SECONDARY RADIATION-INDUCED EFFECTS IN THE OBJECTS OF THE COMPLEX GEOMETRIC STRUCTURE

Varvara A. Egorova, Eugeny B. Savenkov, Mikhail E. Zhukovskiy

Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS; Moscow, Russia

e-mail: eva24372@gmail.com

The modeling of the secondary effects in the objects being under radiation requires detail mathematical simulation of the processes of the interaction between radiation and matter and simulation of the accompanying thermal, mechanical, electrodynamic and other effects. An important issue in solving the problems is to determine the method of joint application of software tools to estimating the influence of various interrelated physical processes on the functional properties of objects. The computational experiment for investigation of complex effect of radiation includes modeling of some interdependent physical phenomena:

- occurrence and evolution of the photon-electron cascade generated by incident radiation;
- generation of thermodynamic effects due to energy deposit of radiation;
- generation of self-consistent electromagnetic field arising inside and near the irradiated object because of radiative electron emission.

Mathematical modeling of the effects in question is carried out by application of different numerical methods using the different discrete geometrical description of the object and the region of calculation. One of the main problem here is to use the solution of one problem being the required data for other's solving. An approach to solve the problem by use of approximation based on the neural network technology is considered in [1, 2]. Modern heterogeneous materials have complex inner structure (porous matter, micro fine medium) significantly complicating the type choice and the implementation method of the approximation. Some types of approximation and their implementations depending on geometrical and micro structural properties of the object being under radiation are considered in the work:

- Global approximation for quasi-homogeneous medium. This type is implemented by use of the neural network technique (NNT) applied to whole objet;
- Local approximation implying the splitting the object into parts of homogeneous properties. The NNT is used in every part;
- Local approximation by target set is applied to strongly heterogeneous materials with complex microstructure. Implementation of this approximation type is based on the nonlinear regression model.

Application of the developed methods is illustrated by examples.

Acknowledgments: This work is partially supported by Russian Fund for Basic Researches, grants N 17-01-00301 and N 18-01-00582.

References:

1. V. Egorova, M. Zhukovskiy. "Handling of the radiative electron emission modeling results by use of the neural networks", *Mathematica Montisnigri*, 38, 89-99 (2017).
2. M.E. Zhukovskiy, V. A. Egorova. "The handling of results of the radiation transport statistical modeling by use of the neural networks", XV International Interdisciplinary Seminar "Mathematical Models and Modeling in Laser-Plasma Processes and Advanced Science Technologies", Program and Abstracts, September 26 – October 1, , Petrovac, Montenegro p. 51, (2016) (<http://lppm3.ru/files/histofprog/LPpM3-2016-2-Programme.pdf>).

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ МЕТОДА ШВАРЦА ПРИ РЕШЕНИИ РЯДА ЗАДАЧ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГИХ ТЕЛ

М.П. Галанин^{1,2}, П.В. Глизнуцина², В.В. Лукин^{1,2}, А.С. Родин^{1,2}

¹ *Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

² *Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*
e-mail: rals@bk.ru

Учет контактного взаимодействия является важным этапом оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) различных конструкций, включающих в себя соприкасающиеся детали. В большинстве практически важных ситуаций для оценки НДС применяют численное моделирование. Для дискретизации задачи обычно используют метод конечных элементов. Наиболее популярными методами, позволяющими учесть условия на контактной поверхности, являются метод штрафных функций, метод множителей Лагранжа, а также их различные комбинации. Но для решения ряда задач (в том числе задач контактного взаимодействия большого количества тел) представляется перспективным использование альтернирующего метода Шварца (одного из вариантов метода декомпозиции).

Суть метода состоит в чередовании кинематических и силовых условий, задаваемых на контактных поверхностях тел. На кинематической итерации происходит корректировка перемещений для совмещения поверхностей двух тел, а на силовой итерации – корректировка контактных давлений. Итерационный процесс выполняется до достижения сходимости, когда и кинематические и силовые условия на контакте выполнены с заданной точностью. Одним из главных преимуществ метода Шварца является сведение решения общей задачи контактного взаимодействия нескольких тел к последовательности решений стандартных задач механики для каждого тела по отдельности. Но конкурентность данного метода во многом определяется скоростью сходимости рассмотренного итерационного процесса.

Приведены результаты решения ряда плоских задач контактного взаимодействия двух упругих тел [1]. Проведено исследование скорости сходимости итерационного процесса в зависимости от выбранных значений итерационных параметров и начального приближения. Выполнено сравнение полученных результатов с результатами расчетов с использованием одного из вариантов метода множителей Лагранжа (с независимой контактной поверхностью).

Проведено численное моделирование НДС участка тепловыделяющего элемента с учетом контакта топливных таблеток друг с другом и с оболочкой. Задача решена в осесимметричной постановке. Представлены результаты расчетов, в которых количество таблеток варьировалось от 1 до 100.

Благодарности: Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-01-00252).

Литература:

1. М.П. Галанин, П.В. Глизнуцина, В.В. Лукин, А.С. Родин, “Исследование влияния итерационных параметров на сходимость метода Шварца при решении задачи контакта упругих тел” *Mathematica Montisnigri*, Vol. 41, 33-54 (2018).

SIMULATION OF RADIATION-INDUCED THERMODYNAMIC EFFECTS IN POROUS MATERIALS

Fedor N. Voronin, Varvara A. Egorova, Eugeny B. Savenkov, Mikhail V. Alekseev

Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS; Moscow, Russia

e-mail: raveaprouch@mail.ru

Currently an increasing demands are placed on functional materials with prescribed properties. Their development requires detailed accounting for all of major physical processes occurring at different time scales and depending on a number of factors such as geometrical structure, chemical and structural composition etc. This necessarily leads to the need for the development of the integrated simulation techniques which allows for the predictive simulation of the material response under target operational conditions.

Modern high-tech construction materials are designed to withstand loads of various nature under conditions of the complex physical effects, for instance, radiation and heat fluxes, mechanical tension etc. The problem is the development of the materials resistant to full range of external loadings of various nature. The protective coating of satellite being under space radiation is an example of the material in question. One of the promising ways to solve this problem is the use of composite materials, in particular gas-filled porous composites. The complex geometric structure of the material in conjunction with the selected chemical composition of the matrix ensures the preservation of its properties in a multi-factor impact.

The presented work describes an integrated approach for numerical simulation of behaviour of porous materials under action of radiation loads and secondary thermomechanical effects.

We present an algorithm for modelling a geometrical structure of the medium with a direct mesh resolution of its structure (geometry, matrix and voids) at the micro level. The approach includes the algorithm of the construction of radiation detector system for statistical estimation of the radiation energy deposit in an irradiated object. The detection system is adaptive to the complex structure of the medium and is constructed as a set of non-intersecting spherical detectors that also do not intersect with the pores. The simulated energy deposition distribution are passed to the hydrodynamic simulation software for further simulation of secondary thermodynamic effects.

The applications of the developed simulation tool are presented in terms of results obtained with use of the hybrid computing cluster K-100 at KIAM RAS, Moscow, Russia.

Acknowledgments: The work was financial supported by the Russian Scientific Foundation (project No. 17-71-30014).

References:

1. V. Egorova, M. Zhukovskiy. "Handling of the radiative electron emission modeling results by use of the neural networks", *Mathematica Montisnigri*, 38, 89-99 (2017).
2. M.E. Zhukovskiy, V. A. Egorova. "The handling of results of the radiation transport statistical modeling by use of the neural networks", XV International Interdisciplinary Seminar "Mathematical Models and Modeling in Laser-Plasma Processes and Advanced Science Technologies", Program and Abstracts, September 26 – October 1, , Petrovac, Montenegro p. 51, (2016) (<http://lppm3.ru/files/histofprog/LPpM3-2016-2-Programme.pdf>).

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ
СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ
ФОККЕРА- ПЛАНКА**

Клочкова Л.В., Орлов Ю.Н., Тишкин В.Ф.

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН),
Москва, Россия
e-mail:klud2015@mail.ru*

Для математического прогнозирования стохастических процессов в нелинейных средах строится метод определения выборочного коэффициента корреляции для нестационарных временных рядов. Отличие от стационарного случая состоит в том, что одновременно с величиной коэффициента корреляции строятся эмпирические статистики оптимальной длины выборки и доверительного интервала, содержащего коэффициент корреляции в наибольшем числе случаев. Вместо изучения одной из возможных реализаций временного ряда предлагается рассмотреть ансамбль случайных траекторий, порождаемых эмпирической функцией распределения. Модель предлагается для описания изменения во времени функционалов, заданных на случайных траекториях и имеющих практическое значение. Это, например, индикатор уровня загрязнения мегаполиса в виде средней концентрации вредных веществ за определенный период времени, аналогичный индикатор изменения эпидемиологической обстановки в регионе, функционал эффективности управления загрязнением в виде снижения уровня загрязнения в результате определенных действий и т.п. С этой целью рассматривается кинетическое уравнение Фоккера-Планка для выборочной плотности функции распределения случайных величин, наблюдаемых на практике в виде временных рядов.

**MATHEMATICAL SIMULATION OF NONSTATIONARY STOCHASTIC
PROCESSES USING THE KINETIC EQUATIONS FOKKER-PLANCK**

Liudmila Klochkova, Yuriy Orlov, Vladimir Tishkin

*KIAM of RAS, Moscow, Russia,
e-mail:klud2015@mail.ru*

For mathematical prediction of stochastic processes in non-linear media the method of determination of sample correlation coefficient for non-stationary time series is constructed. The difference from the stationary case is that simultaneously with the value of the correlation coefficient, empirical statistics of the optimal sample length and the confidence interval containing the correlation coefficient in the largest number of cases are constructed. Instead of studying one of the possible realizations of the time series, it is proposed to consider an ensemble of random trajectories generated by the empirical distribution function. The model is offered for the description of change in time of the functionals given on random trajectories and having practical value. This is, for example, an indicator of the level of pollution of the metropolis in the form of an average concentration of harmful substances for a certain period of time, a similar indicator of changes in the epidemiological situation in the region, the functional of efficiency of pollution control in the form of time series.

ИССЛЕДОВАНИЕ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ПУТЕМ ПОЛНОВОЛНОВОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Стогний П.В.^{1,2}, Фаворская А.В.^{1,2,3}

¹Негосударственное образовательное учреждение «Учебно-научно-производственный комплекс Московского физико-технического института», Институтский пер.9, Долгопрудный, 141700, Московская область, Россия

²Московский Физико-Технический Институт (Государственный Университет), Институтский пер.9, Долгопрудный, 141700, Московская область, Россия

³Научно-исследовательский институт системных исследований Российской Академии Наук, отдел вычислительной математики, Нахимовский проспект 36к1, Москва, 117218, Россия
stognii@phystech.edu

В данной работе представлены результаты численного моделирования разрушения сложных конструкций [1] (жилых домов различного типа, фундаментов различного типа, подземных сооружений) в результате интенсивных сейсмических воздействий. Исследовано влияние различных типов волн, распространяющихся от гипоцентра землетрясения. Во всех вычислениях использовалась система вложенных иерархических сеток. Показана возможность исследовать сейсмостойкость различных конструкторских решений. Пример разрушения без эластомерной защиты после воздействия сейсмической S-волны можно увидеть на рис. 1.

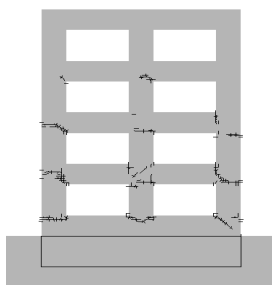


Рис. 1. Пример разрушения без эластомерной защиты после воздействия сейсмической S-волны

Во всех вычислениях использовался с точечно-характеристический метод [2]. Он позволяет осуществлять полноволновое моделирование в данной постановке и рассчитать динамические разрушения рассматриваемых конструкций путем применения критерия по главным компонентам тензора напряжений.

Исследование выполнено в Негосударственном образовательном учреждении «Учебно-научно-производственный комплекс Московского физико-технического института» за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 17-71-20088).

1. J.Sanchez, A.Masroor, G.Mosqueda, K.Ryan, “Static and dynamic stability of elastomeric bearings for seismic protection of structures”, Journal of structural engineering, Vol.139, No. 7, p.1149-1159 (2012).

2. В.И.Голубев, И.Б.Петров, Н.И.Хохлов, “Численное моделирование сейсмической активности сеточно-характеристическим методом”, Журнал вычислительной математики и математической физики, Т. 53, №10, p.1709 – 1720 (2013).

**THE STUDY OF SEISMIC RESISTANCE BY FULL-WAVE NUMERICAL
MODELLING**

Stognii P.V.^{1,2}, Favorskaya A.V.^{1,2,3}

¹*Non-state Educational Institution “Educational Scientific and Experimental Center of Moscow Institute of Physics and Technology”, Institutskii per.9, Dolgoprudnyi, 141700, Moscow region, Russia*

²*Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Institutskii per.9, Dolgoprudnyi, 141700, Moscow region, Russia*

³*Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Nakhimovskii prospekt 36k1, Moscow, 117218, Russia*

stognii@phystech.edu

The results of numerical modeling of the destruction of complex structures [1] (residential buildings of various types, foundations of various types, underground structures) as a result of intensive seismic influences are described in this work. The influence of various types of waves propagating from the hypocenter of an earthquake is investigated. The system of nested hierarchical grids was used in all the computations. The possibility to investigate the seismic resistance of various design solutions is shown. The example of destruction without elastomeric dependence after the influence of seismic S-wave can be seen in Fig.1.

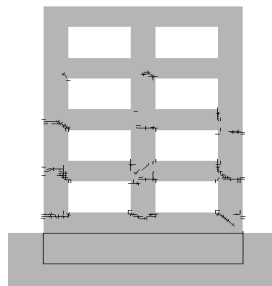


Fig.1. The example of destruction without elastomeric dependence after the influence of seismic S-wave

The grid-characteristic method [2] was used in all the computations. It provides the possibility to carry out full-wave modeling in this complex formulation and to calculate the dynamic damages of the structures under consideration by applying the criterion of the principle components of the stress tensor.

This work has been performed at Non-state Educational Institution “Educational Scientific and Experimental Center of Moscow Institute of Physics and Technology” and supported by the Russian Science Foundation, grant no. 17-71-20088.

1. J.Sanchez, A.Masroor, G.Mosqueda, K.Ryan, “Static and dynamic stability of elastomeric bearings for seismic protection of structures”, Journal of structural engineering, Vol.139, No. 7, p.1149-1159 (2012).

2. V.I.Golubev, I.B.Petrov, N.I.Khokhlov, “Numerical simulation of seismic activity by the grid-characteristic method”, Computational Mathematics and Mathematical Physics, Vol. 53, No. 10, p.1523 – 1533 (2013).

ON SOME MOLECULAR DESCRIPTORS

Goran Popivoda, Žana Kovijanić Vukićević, Vladimir Božović

Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro

e-mail: goranp@ac.me, zanak@ac.me, vladobozovic@gmail.com

Molecular graph is connected simple graph in one-to-one correspondence to structural formula of a chemical compound so that vertices of the graph correspond to atoms of the molecule and edges of the graph correspond to the bonds between these atoms. A molecular structure descriptor is a numerical value associated with a chemical constitution for correlation of chemical structure with various physical properties, chemical reactivity or biological activity.

In this paper we characterize some molecular graphs with extremal values of the following molecular descriptors: multiplicative Zagreb indices, first multiplicative Zagreb coindex, multiplicative sum Zagreb index, multiplicative Zagreb coindices and F-index.

References:

1. A.R. Ashrafi, T. Došlić, A. Hamzeh, "The Zagreb coindices of graph operations", *Discrete Appl. Math.*, 158, 1571-1578, (2010).
2. A.R. Ashrafi, T. Došlić, A. Hamzeh, „Extremal graphs with respect to the Zagreb coindices”, *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* 65, 85-92, (2011).
3. V. Božović, Ž. Kovijanić Vukićević, G. Popivoda, "Chemical Trees with Extreme Values of a Few Types of Multiplicative Zagreb indices", *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.*, 76(1), 207–220, (2016).
4. M. Eliasi, A. Iranmanesh, I. Gutman, "Multiplicative versions of first Zagreb index", *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* 68, 217-230, (2012).
5. B. Furtula, I. Gutman, "A forgotten topological index", *J. Math. Chem.* 53, 1184-1190 (2015).
6. B. Furtula, I. Gutman, Ž. Kovijanić Vukićević, G. Lekishvili, G. Popivoda, "On an old/new degree-based topological index", *Bulletin Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles*, (2016)
7. I. Gutman, B. Furtula, Ž. Kovijanić Vukićević, G. Popivoda, "On Zagreb indices and coindices", *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* 74, 5-16, (2015).
8. Ž. Kovijanić Vukićević, G. Popivoda, "Chemical trees with extreme values of Zagreb indices and coindices", *Iran. J. Math. Chem.* 5 (1), 19-29, (2014).
9. H. Wiener, "Structural determination of paraffin boiling points", *J. Amer. Chem. Soc.* 69, 17-20 (1947).

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ПЛАЗМЕННОГО КАНАЛА
НОЖЕВЫМ НАНОСЕКУНДНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ЛУЧОМ**

Сасоров П. В., Боброва Н. А., Ольховская О. Г., Багдасаров Г. А., Болдарев А. С.,
Гасилов В. А.

*Институт Прикладной Математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва, Россия
boldar@itamod.ru*

Приводятся результаты выполненного в ИПМ им. М. В. Келдыша РАН моделирования формирования каналов в газовых мишенях с использованием наносекундного лазера в следующих режимах: вложенная энергия — сотни джоулей, лазерный импульс длительностью от 2 до 10 нс, мощность основного лазерного импульса от 1 до 10 ПВт. Такие эксперименты планируются в европейском лазерном центре ELI-Beamline. Они нацелены на развитие методов лазерного ускорения релятивистских электронов, исследованных ранее в NLBL. Магнитогидродинамические коды NPINCH и MARPLE используются для одномерного и двумерного моделирования образования плазменного канала в области вытянутого фокуса ножевого наносекундного лазерного луча при докритической плотности газа. Такой плазменный канал может быть применен для транспортировки высокомоощных фемтосекундных лазерных лучей на большие расстояния. 2D-моделирование проводится для исследования процесса симметризации канала при асимметричном энерговкладе, обусловленном пространственной структурой плоского фокуса лазерного луча. Моделирование показывает, как достичь режимов формирования симметричного плазменного канала. При одномерном моделировании получены параметры плазменных каналов для различных случаев при условии симметризации каналов.

**SIMULATIONS OF PLASMA CHANNEL FORMATION BY KNIFE-LIKE
NANOSECOND LASER BEAM**

Sasorov P. V., Bobrova N. A., Olkhovskaya O. G., Bagdasarov G. A., Boldarev A. S.,
Gasilov V. A.

Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia
boldar@imamod.ru

The results of the simulations performed in KIAM are presented. Formation of channels in gas targets using a ns-laser is considered in relevant regimes: output energy — hundreds of Joules, nanosecond duration laser pulse, from 1 to 10 petawatt main laser pulse power. Such a kind of experiments are planned in the European laser center ELI-Beamline. They will develop a laser induced method of relativistic electrons acceleration, based on ideas investigated previously in NLBL. The magnetohydrodynamic codes NPINCH and MARPLE are used for 1D and 2D simulations of plasma channel formation in the region of elongated focus of knife-like nanosecond laser beam in under-critical gas density. Such plasma channel can be applied for transportation of high power femtosecond laser beams over large distances. The 2D simulations are performed to investigate the process of symmetrization of the channel, when the asymmetry of initial channel is caused by asymmetric deposition of the laser energy due to spatial structure of a plane focus of the laser beam. The simulations show how to reach the regimes of symmetric plasma channel formation. With 1D simulations the parameters of plasma channels for various cases under the condition of channel symmetrization are obtained.

BLACK MATTER MODEL EQUATION AND ITS SOLUTION

Jela Šušić¹, Andrej Novak²

¹*Faculty of Natural Science and Mathematics, University of Montenegro, Džordža
Vašingtona bb, Podgorica, Montenegro
e-mail: jela.susic@gmail.com*

²*Faculty of Physics, University of Zagreb, Bijenička cesta 30, Zagreb, Croatia
e-mail: andrej.novak@yahoo.com*

We consider the equation with δ -distribution as a coefficient representing an infinite attractor and thus modelling the black hole phenomenon. We prove the existence of a solution to the corresponding Cauchy problem.

References:

1. P. Dirac, "The Principles of Quantum Mechanics", International Series of Monographs on Physics, Oxford Science Publications, (1999).
2. M.G. Garcia, G.A. Omel'yanov, "Kink-antikink interaction for semilinear wave equation with a small parameter", Electronic J. of Differential Equations, 2009(45), 1-26 (2009)
3. D. Mitrovic, "On the heat equation involving the δ distribution as a coefficient", Mathematical and Computer Modelling, 50(1), 109-115. (2009):
4. A.A. Samarskii, A.P. Mikhailov, "Mathematical Modeling: Ideas. Methods. Examples", Physical and Mathematical Literature Publishing Company, Russian Academy of Sciences, Moscow (2002).
5. L. Schwartz, "La Theorie des Distributions", Hermann, Paris, (1966).
6. J.F. Colombeau, "Elementary Introduction in New Generalized Functions", North-Holland, Amsterdam, (1985).
7. M. Nedeljkov, S. Pilipovic, D. Scarpalezos, "The Linear Theory of Colombeau Generalized Functions", Pitman Res. Notes Math., Longman Sci. Tech., Harlow, 259, (1998).
8. A. Bredimas, "On the Lamropoulos-Luco's δ -"no go" conjecture in variational flux synthesis", Annals of Nucl. Energy, Pergamon Press, 5, 565 - 568 (1978).
9. V.G. Danilov, D. Mitrović, "Delta shock wave formation in the case of triangular hyperbolic system of conservation laws", Journal of Differential Equations, 245, 3704-3734 (2008).

СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ 2- И 3-СЛОЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЁННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Е.Н. Быковская, В.И. Мажукин

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

e-mail: vim@modhef.ru

В задачах конвекции - диффузии, составляющих основу ряда математических моделей механики жидкости и газа, доминирующими процессами могут быть как диффузионные, так и конвективные процессы. В случае преобладания конвективного механизма переноса получают класс сингулярно возмущённых нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром $\mu = Re^{-1}$ (Re - число Рейнольдса) при старшей производной. Нестационарные сингулярно возмущённые модели допускают возникновение областей сильного изменения решения, распространяющихся в виде различных фронтов и переходных слоёв. Качество решения в подобных задачах сильно зависит от способа аппроксимации членов, описывающих конвективный перенос. Ввиду большой практической значимости, проблема кардинального улучшения дисперсионных и диссипативных свойств разностных схем для уравнений конвективного переноса является особо актуальной.

На примере численного решения с использованием динамической адаптации сетки [1,2] нелинейного уравнения Бюргера исследуется влияние на качество решения обычной двухслойной разностной схемы и 3-слойной схемы [3] с улучшенными дисперсионными и диссипативными свойствами. В качестве начального условия в уравнении Бюргера задавался пространственный профиль осесимметричной синусоиды с параметром $\mu = 10^{-4} - 10^{-6}$ (рис. 1,2)

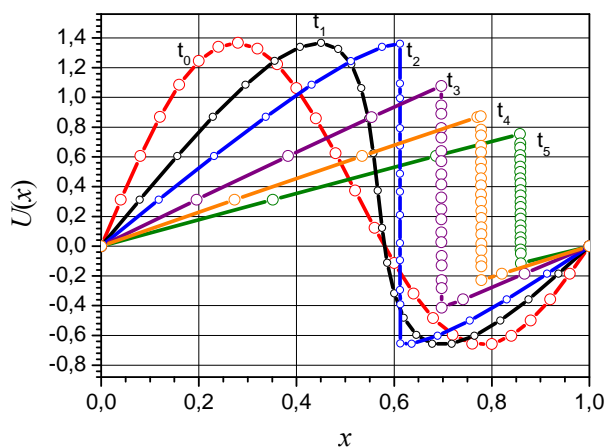


Рис. 1. Пространственные профили функции $U(x)$ в различные моменты времени

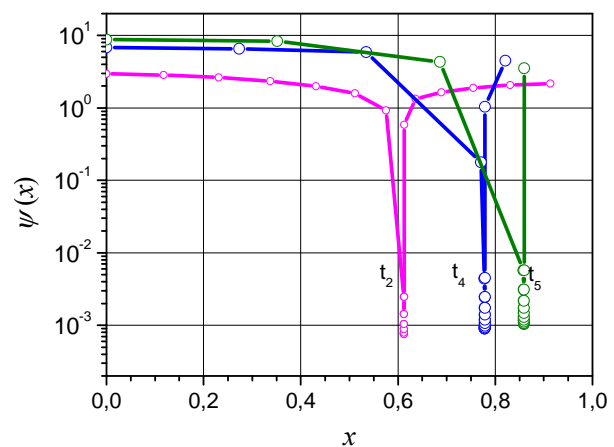


Рис. 2. Пространственные профили шага интегрирования $\Psi(x)$ в различные моменты времени

Исследования показали, что в получении численного решения с высокой точностью определяющую роль в случае использовании сеток с управляемым распределением узлов играет в первую очередь тесная взаимосвязь между динамикой решения и положения узлов сетки, достигаемая с помощью соответствующей функции

преобразования координат. Преимущества 3-слойной схемы, достигаемые на сетках с фиксированными узлами, теряются при переходе к подвижным сеткам. Шаг интегрирования при этом оказывается существенно меньше шага интегрирования для 2-слойной схемы, (рис. 3).

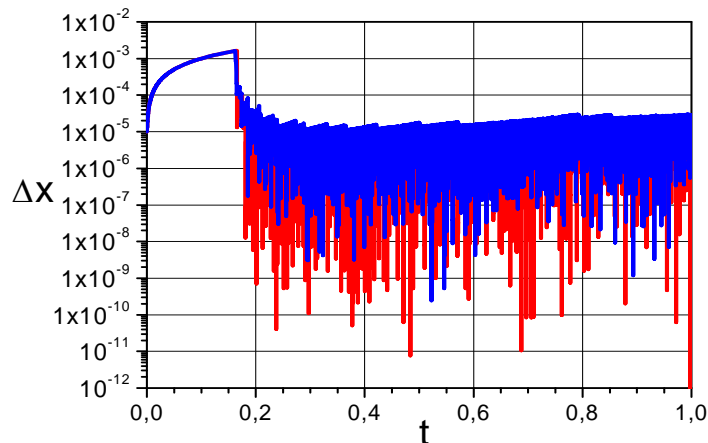


Рис.3. Временная зависимость шага интегрирования для: 2-слойной схемы (синий цвет); 3-слойной схемы (красный цвет).

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 16-07-00263.

Литература:

1. V. I. Mazhukin, I. Smurov, A. V. Shapranov, M. M. Demin. “The method of constructing dynamically adapting grids for problems of unstable laminar combustion”. Numerical Heat Transfer, Part A, 44, 1–29 (2003)
2. A.V. Mazhukin, V.I. Mazhukin. “Dynamic Adaptation for Parabolic Equations”, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 47 (11), 1833–1855 (2007)
3. V.M. Goloviznin, A.A. Samarsky. “Some characteristics of finite difference scheme "cabaret". Matematicheskoe modelirovanie. 10(1), 101 -116 (1998)

COMPARISON OF THE EFFICIENCY OF 2- AND 3-LAYER DIFFERENCE SCHEMES FOR NONSTATIONARY SINGULARLY PERTURBED DIFFERENTIAL EQUATIONS

E.N. Bykovskaya, V.I. Mazhukin

*Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, Russia
e-mail: vim@modhef.ru*

In the problems of convection-diffusion, which form the basis of a number of mathematical models of fluid and gas mechanics, the dominant processes can be both diffusion and convective processes. In the case of predominance of the convective transport mechanism, a class of singularly perturbed nonlinear differential equations with a small parameter $\mu = Re^{-1}$ (Re is the Reynolds number) with the highest derivative is obtained. Nonstationary singularly perturbed models allow the appearance of areas of strong change in the solution propagating in the form of different fronts and transition layers. The quality of the solution in such problems depends strongly on the method of approximation of the terms describing the convective transfer. In view of the great practical importance, the problem of cardinal improvement of the dispersion and dissipative properties of difference schemes for convective transfer equations is especially urgent.

Using the example of a numerical solution of the nonlinear Burgers equation with the dynamic adaptation of the grid [1, 2], the influence on the quality of the solution of the conventional two-layer difference scheme and the 3-layer scheme [3] with improved dispersion and dissipative properties is investigated. As an initial condition in the Burgers equation, a spatial profile of an axisymmetric sinusoid with a parameter $\mu = 10^{-4} - 10^{-6}$ is given, Fig. 1,2.

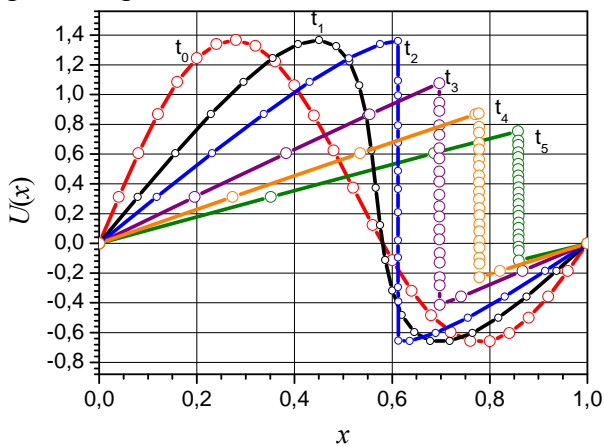


Fig. 1. The spatial profiles of the function $U(x)$ at different instants of time

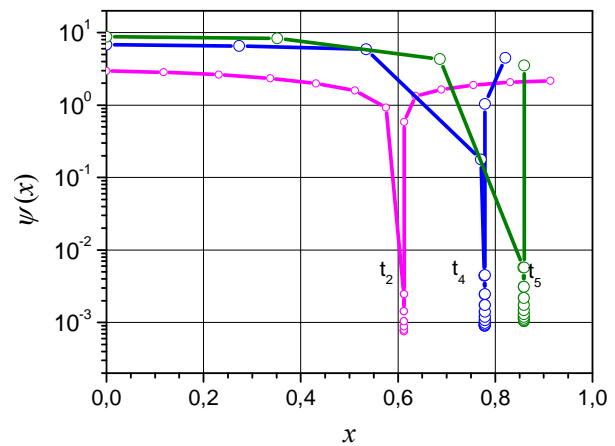


Fig. 2. The spatial profiles of the integration step $\Psi(x)$ at different instants of time

The studies have shown that in the obtaining of a numerical solution with high accuracy, the determining role in the case of the use of grids with a controlled distribution of nodes is played primarily by the close relationship between the dynamics of the solution and the position of the grid nodes obtained by means of the corresponding coordinate transformation function. The advantages of the 3-layer scheme, achieved on grids with fixed nodes, are lost

when switching to the moving grids. The integration step here turns out to be substantially smaller than the integration step for the 2-layer scheme, Fig. 3.

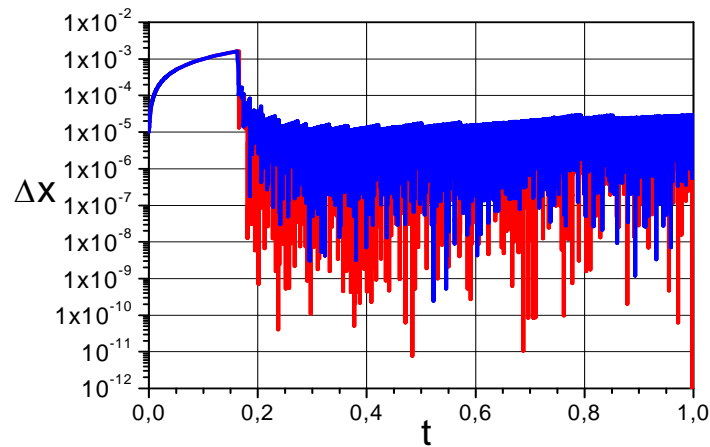


Fig.3. Time dependence of the integration step for: 2-layer scheme (blue color); 3-ply scheme (red color).

Acknowledgements: This work was supported by RFBR (project № 16-07-00263).

References:

1. V. I. Mazhukin, I. Smurov, A. V. Shapranov, M. M. Demin. “The method of constructing dynamically adapting grids for problems of unstable laminar combustion”. Numerical Heat Transfer, Part A, 44, 1–29 (2003)
2. A.V. Mazhukin, V.I. Mazhukin. “Dynamic Adaptation for Parabolic Equations”, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 47 (11), 1833–1855 (2007)
3. V.M. Goloviznin, A.A. Samarsky. “Some characteristics of finite difference scheme "cabaret". Matematicheskoe modelirovanie. 10(1), 101 -116 (1998)

MATHEMATICAL MODEL OF THE INTERACTION BETWEEN PROTONS AND MATTER

Sergey V. Podolyako, Ilya A. Tarakanov

Keldysh Institute for Applied Mathematics of RAS; Moscow, Russia

psv66@mail.ru

The model of the interaction between protons and matter is developed. The processes of the proton slowdown by the electron subsystem of an atom, the elastic and inelastic scattering and the nuclear reactions are considered. The basic features of the ionization scattering energy losses and elastic ones are revealed. The comparative analysis of the yields of different nuclear reactions due to proton-atom collision are carried out. The model is intended for computing the radiative, heat and electromagnetic fields in the object being under proton radiation.

Heterogeneous supercomputer software package for statistical modeling of proton transport in multicomponent objects of complex geometry is worked out. It gives possibility of evaluating the energy deposit and the density of secondary gamma radiation sources and flows of light ions generated by proton flux. Algorithms based on Monte Carlo solving the integral transport equation are implemented in developed software. Corresponding codes of the software are directed for parallel calculations by use of MPI and NVidia[®] CUDA technologies.

***Acknowledgments:** This work is partially supported by Russian Fund for Basic Researches, grants N 17-01-00301.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННО-ИНДУЦИРОВАННЫХ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ

Ю.А. Волков, К.К. Иноземцева, Казымов Ш.А., М.Б. Марков, И.А. Тараканов

*ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, Россия, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4
inozem.k0@gmail.com*

Воздействие импульса ионизирующего излучения на полупроводниковый кристалл сопровождается образованием в зоне проводимости избыточных электронов и, соответственно, дырок валентной зоны. Энергия избыточных носителей заряда переходит в оптические и акустические колебания решетки. Оценки потерь энергии в кремнии показали, что доминирующим эффектом является излучение оптических фононов. За время действия импульса носители заряда передают оптическим колебаниям решетки примерно 70 процентов своей энергии.

Характерные размеры изделий микроэлектроники диктуют необходимость учитывать конечность скорости распространения тепла в объекте уже на временах, сопоставимых с длительностью импульса воздействующего излучения. Кроме того, в состав изделий входят материалы, которые сильно поглощают энергию излучения, в частности, тяжелые металлы. Это создает дополнительные источники нагрева на границах кристалла, составляющего активную зону изделия.

В данной работе реализована математическая модель термомеханических процессов радиационного происхождения в кристаллах, учитывающая конечность распространения тепла. Уравнения модели вытекают из анализа связанной системы квантовых кинетических уравнений для электронов и фононов. Интегрирование кинетических уравнений по квазиимпульсу для симметричной части функции распределения фононов определяет закон сохранения энергии с учетом объемных источников. Для антисимметричной части функции распределения фононов интегрирование приводит к уравнению типа Каттанео [1] для потока энергии. Это уравнение содержит в качестве параметра среднее время фонон-фононного взаимодействия. Соответственно, средняя термическая скорость распространения энергии оказывается близкой к групповой скорости акустических фононов – основных переносчиков тепла в кристалле. Уравнения переноса энергии дополняются уравнениями для смещений в кристаллах с кубической решеткой [3]. Полная система уравнений определяет температурные поля, потоки энергии, деформации и напряжения, возникающие в объекте. Такой подход позволяет единообразно описывать процессы переноса во всех материалах изделия.

Благодарности: работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ, проекты № 18-01-00582, № 17-01-00301.

Литература:

1. Cattaneo C., On a form of heat equation which eliminates the paradox of instantaneous propagation, C. R. Acad. Sci. Paris, pp. 431 – 433, 1958.
2. Ignaczak J., Ostoja-Starzewski M. Thermoelasticity with Finite Wave Speeds. Oxford University Press, 413 p., 2009.
3. Новацкий В. Теория упругости. /перевод с польск. М.: Мир, 872 с., 1975.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ НА GPU ДЛЯ ПОИСКА КОЛЛИЗИЙ СИСТЕМ ЧАСТИЦ С ОБЪЕКТАМИ ВИРТУАЛЬНОЙ СРЕДЫ

А.В. Мальцев, И.Н. Мироненко

*ФГУ «ФНЦ Научно-исследовательский институт системных исследований
Российской академии наук», Москва, Россия
E-mail: avmaltcev@mail.ru*

Одной из важных задач при использовании систем частиц (СЧ) в виртуальной среде является реализация их взаимодействия с объектами этой среды. Ключевая составляющая решения данной задачи заключается в нахождении столкновений (коллизий) частиц с поверхностями виртуальных объектов. Поскольку количество элементов в каждой СЧ может достигать порядка 10^6 , то выполнение поиска коллизий известными методами на CPU не представляется возможным в рамках реального масштаба времени, необходимого для правильной работы систем виртуального окружения и имитационно-тренажерных комплексов. В данной работе предлагаются два оригинальных распределенных метода решения поставленной задачи в реальном времени, основанных на использовании современных GPU с поддержкой CUDA.

Первый метод разработан для СЧ, элементы которых перемещаются прямолинейно и практически параллельно, например, как капли ливневого дождя. Он состоит в размещении фиктивной виртуальной камеры в центр эмиттера СЧ так, чтобы вектор ее взгляда был перпендикулярен плоскости эмиттера и совпадал с направлением D движения частиц. Для камеры задается ортографическое проецирование с областью видимости, охватывающей по длине и ширине эмиттер, а по глубине – максимальную дальность распространения частиц. На этапе формирования каждого кадра выполняется рендеринг виртуальной сцены из этой камеры. Каждый пиксел полученного при такой визуализации буфера глубины хранит расстояние от соответствующей ему точки эмиттера до ближайшего объекта по лучу, параллельному D . Данные буфера сохраняются в текстуру и передаются в CUDA-ядро, рассчитывающее текущее состояние СЧ. Каждый вычислительный поток определяет положение одной из частиц в мировой системе координат. Если при этом расстояние от нее до эмиттера больше значения глубины (считывается из переданной текстуры) сцены по лучу, проходящему через частицу и параллельному D , то существует коллизия частицы и объекта.

Второй из предлагаемых методов обладает большей вычислительной сложностью, но является более универсальным, поскольку применим для СЧ с произвольными траекториями движения элементов. Он основан на разбиении пространства сцены с помощью регулярной сетки. В процессе построения каждого кадра на GPU создается таблица пересечений ячеек сетки и полигонов объектов, которая передается в CUDA-ядро расчета СЧ. На основе предыдущего и текущего положений частицы поток формирует отрезок и определяет пересекаемые им ячейки сетки. Далее ищутся точки пересечения отрезка со всеми полигонами, входящими в эти ячейки. Если такие имеются, то выбирается точка, ближайшая к предыдущему положению частицы. Эта точка является точкой коллизии частицы и объекта сцены.

На основе предложенных решений созданы программные модули для системы визуализации, которые прошли успешную апробацию и показали свою применимость в имитационно-тренажерных комплексах и системах виртуального окружения.

Благодарности: Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 16-07-00796).

**USING HIGH-PERFORMANCE CALCULATIONS ON GPU
FOR COLLISION DETECTION OF PARTICLE SYSTEMS
WITH VIRTUAL ENVIRONMENT'S OBJECTS**

A.V. Maltsev, I.N. Mironenko

Scientific Research Institute for System Analysis of RAS, Moscow, Russia

E-mail: avmaltcev@mail.ru

One of the important problem that arise at use of particle systems in a virtual environment is a realization of their interaction with objects of this environment. The key component of the problem solution is to find collisions of particles with virtual objects' surfaces. Since element number in each particle system can reach about 10^6 , real-time collision detection by known methods on the CPU is not possible. But real-time simulation and visualization is necessary for correct work of virtual environment systems and training complexes. At this research two original distributed methods are proposed to solve this problem in real-time by means of modern GPUs with CUDA support.

The first method is developed for particle systems which elements move rectilinearly and practically parallel as downpour drops. It consists in placing a fictitious virtual camera at emitter center so that its view vector is perpendicular to emitter plane and coincides with particle motion direction \mathbf{D} . The camera is set to orthographic projection with visibility area covering the emitter length and width, as well as maximum distance of particle flight. At the stage of each frame creation, virtual scene is rendered from this camera. Each pixel of depth buffer obtained by such rendering stores a distance from corresponding emitter point to the nearest object along a ray parallel to \mathbf{D} . The buffer data is stored in a texture and transferred to CUDA kernel, which computes current state of the particle system. Every thread calculates one particle's position in the world coordinate system. If a distance between it and the emitter is greater than scene depth (read from transmitted texture) along a ray passing through the particle and parallel to \mathbf{D} , then there is a collision of this particle and some object.

The second of proposed methods has more computational complexity, but it is applicable for particle systems with arbitrary element motion trajectories and therefore is more universal. The method is based on virtual scene space separation by means of regular grid. In a process of each frame creation, a table stored intersections between grid cells and triangle polygons of objects is formed on GPU. This table is transferred to CUDA kernel that calculates particle system state. Based on previous and current positions of a particle, every thread creates a segment and calculates numbers of regular grid's cells intersected by it. Next, thread finds intersection points of the segment and polygons included in these cells. If such points are found, the closest of them to the previous particle position is selected as point of particle collision with scene object.

Based on proposed solutions, software modules for visualization system have been created. They have been successfully tested and demonstrated their applicability in training complexes and virtual environment systems.

Acknowledgments: This research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 16-07-00796).